Examensarbete

HÖGSKOLAN I SKÖVDE

UPPFATTNINGAR AV PROBLEMLÖSNINGSFÖRMÅGA

En kvalitativ studie om lärares uppfattningar av problemlösningsförmåga

PERCEPTIONS OF PROBLEM SOLVING ABILITY

A qualitative study about teachers perceptions of problem solving ability

Examensarbete i lärarutbildningen
Avancerad nivå 15 Högskolepoäng
Hösttermin 2012

Niclas Krantz
Christopher Ljungberg

Handledare: Susanne Gustavsson
Examinator: Erik Andersson

Resumé

Arbetets art: Examensarbete i lärarutbildningen, Avancerad nivå, 15 hp

Högskolan i Skövde

Titel: Uppfattningar av problemlösningsförmåga

Sidantal: 29

Författare: Niclas Krantz & Christopher Ljungberg

Handledare: Susanne Gustavsson

Datum: 070113

Nyckelord: Problemlösning, matematik, lärare

Detta är en fenomenografisk studie som syftar till att undersöka ett antal lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. Lärare i Svenska grundskolor ska idag bedöma och utveckla elevers problemlösningsförmåga och från och med 2003 har PISA lagt fokus på att mäta elevers problemlösningsförmåga inom matematiken. Resultaten av dessa mätningar visar att Svenska elevers matematikkunskaper har minskat sedan 90-talet. Vad är det då för förmåga som testas och vad har lärare för uppfattningar om fenomenet problemlösningsförmåga? I den här studien redovisar vi vetenskapliga rapporter som på ett eller annat sätt behandlar fenomenet problemlösningsförmåga. Vi har valt att redovisa dessa studier dels ur ett lärarperspektiv och dels ur ett undervisningsperspektiv. Det insamlade datamaterialet består av åtta intervjuer med grundskolelärare som undervisar i matematik. Respondenterna skiljer sig åt i den meningen att de är av olika åldrar, undervisar i olika årskurser och har olika utbildningsbakgrund. Resultaten indikerar sex kvalitativt skilda kategorier av hur man kan förstå och uppfatta problemlösningsförmåga. Kategorierna vi funnit är *Förmåga att via kommunikation finna lämplig metod, Förmåga att kunna använda matematiken som verktyg, Förmåga att förstå problemet, Förmåga att redovisa sin lösning, Förmåga att lösa problem i fyra steg* samt *Förmåga att motiverat ta sig an problem.* Vi väljer att diskutera skillnaderna i hur lärare uppfattar begreppet och försöker att dra slutsatser kring vad det kan betyda och hur det kan förklaras. I den här delen ger vi även förslag på fortsatta studier. Vi hoppas att denna studie kan vara av intresse för lärare som vill reflektera över sina egna föreställningar om ämnet.

Abstract

Study: Degree project in teacher education, Advanced level, 15 hp

University of Skövde

Title: Perceptions about problem solving ability

Number of pages: 29

Author: Niclas Krantz & Christopher Ljungberg

Tutor: Susanne Gustavsson

Date: 070113

Keywords: Problem solving, mathematics, teacher

This is a fenomenographic study that aims to investigate some teachers' conceptions about the phenomenon problem solving ability. Swedish elementary school teachers should today grade and develop students problem solving ability and from the year 2003 PISA has been focusing on measuring students problem solving ability in the subject of mathematics. The results from these measurements show that Swedish students' mathematical knowledge has declined since the 90´s. What kind of ability is being tested and what perceptions do teachers have about the phenomenon problem solving ability? In this study we are describing scientific reports that in some way or another treats the phenomenon problem solving ability. We have chosen to describe these studies in the perspectives of the teacher and the teaching situation. The data consist of eight interviewed elementary school teachers that teach mathematics. The respondents differ in the sense that they are of different ages, teach in different grades and have different educational backgrounds. The results indicate six different qualitative separate categories of how to understand and conceptualize problem solving skills. The categories we found where Ability to through communication find the appropriate method, the ability to use mathematics as a tool, the ability to understand the problem, the ability to account for their solution, the ability to solve problems in four steps, and the ability to address problems. We choose to discuss the difference in teachers understanding of the subject and try to draw conclusions about what they might mean and how they came to be that way. In this part we also give suggestions to further studies that might be of interest to investigate. We hope that this study may be of interest to teachers who wish to reflect upon their own conceptions about the subject.

Innehåll

Inledning 1
Syfte 2
Litteraturgenomgång 2
Begreppet problemlösningsförmåga – några definitioner 2
Kunskapsöversikt 4
Problemlösningsförmåga ur ett undervisningsperspektiv 4
Problemlösningsförmåga ur ett lärarperspektiv 9
Sammanfattning 10
Metod 11
Kvalitativ metod 11
Urval 12
Genomförande 12
Fenomenografisk analys 13
Forskningsetik 17
Trovärdighet 17
Resultat 19
Förmåga att via kommunikation finna en lämplig metod 19
Förmåga att kunna använda matematiken som verktyg 20
Förmåga att förstå problemet 21
Förmåga att redovisa sin lösning 22
Förmåga att lösa problem i fyra steg 23
Förmåga att motiverat ta sig an problem 23
Sammanfattning 24
Diskussion 25
Metoddiskussion 25
Resultatdiskussion 26
Resultatet – uppfattningarna och vetenskapen 26
Slutsatser och förslag till fortsatt forskning 28
Referenslista 30

Inledning

I kursplanen för matematik i grundskolan finns problemlösning med dels som en förmåga som eleven ska utveckla i matematikundervisningen och dels som ett centralt innehåll. Läraren ska alltså genom hela undervisningen ha problemlösning i åtanke och dessutom behandla området rent innehållsmässigt. I kursplanen för matematik finns följande att läsa:

> Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att
>
> • formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
>
> Centralt innehåll
>
> *Problemlösning*
> • Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer.
>
> • Matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer. (Utbildningsdepartementet, 2011a)

Problemlösningsförmåga är ett fenomen som är öppet för tolkning även om Skolverket i kommentarmaterialet för kursplanen i matematik beskriver fenomenet och vad det betyder för undervisningen. Detta beskrivs mer ingående i litteraturgenomgången. Så vad handlar det egentligen om? Vi har träffat lärare som haft svårt att besvara den frågan. I diskussion med dessa lärare kring studiens syfte har de påpekat att studien blir relevant då fenomenet upplevs som svårdefinierat och ”luddigt”. Det var med samma upplevelse som vi gick in i studien då även vi finner fenomenet svårt att tolka och få ordning på. Den stora anledningen till att vi valde just detta fenomen var att vi genom vår utbildning sett en kontrast mellan vetenskap och den verksamhet vi mött under vår verksamhetsförlagda utbildning (VFU). Vi kände därför att just problemlösningsförmåga var ett relevant fenomen att undersöka. Studien blir på så vis till nytta både för oss som blivande lärare och för utvecklandet av vår kunskap, som för verksamma lärare och utvecklandet av deras. Vi kommer i den här rapporten att redogöra för åtta lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. Med en fenomenografisk ansats beskriver vi dessa uppfattningar i kategorier, där kategorierna utgör studiens resultat.

Ställer vi studiens relevans mot en samhällsnivå kan vi med hjälp av internationella mätningar och rapporter kring dessa konstatera att svenska elevers matematikkunskaper minskat sedan 90-talet (Regeringskansliet, 2011). En av de internationella mätningarna där detta framgått är PISA. PISA har från 2003 infört och lagt större fokus på elevers problemlösningsförmåga när mätningarna genomförts. Vi menar att det är rimligt att anta att resultaten från dessa mätningar kan få politiska konsekvenser. Svensk skola genomgår just nu en del reformer och några av dessa har antagligen mer eller mindre påverkats av resultaten från internationella mätningar. Vad är det då för förmåga som testas och hur ser lärare i Svensk grundskola på saken?

Vi kommer nedan att kort redovisa Skolverkets definition på problemlösning och hur en sådan förmåga kan yttra sig. I avsnittet *Begreppet problemlösning – några definitioner* beskriver vi förmågan mer ingående enligt den definitionen vi valt att använda oss av. I

Kunskapsöversikt redogör vi för exempel på forskning om problemlösning och problemlösningsförmåga. Forskningen presenteras dels ur ett elevperspektiv och dels ur ett lärarperspektiv. Därefter beskriver vi metodval, urval, hur studien genomförts samt analys. Rapporten avslutas med *Resultat* och *Diskussion*, där vi presenterar studiens resultat, diskuterar vad resultatet kan betyda samt vilka generella slutsatser vi drar. Här ger vi även förslag på fortsatta studier.

Syfte

Syftet med studien är att undersöka ett antal matematiklärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga.

I grundskolan ska elever få tillfälle att genom hela matematikundervisningen utveckla sin problemlösningsförmåga. Läraren ska dessutom behandla problemlösning som ett specifikt innehåll i undervisningen och bedöma samt betygsätta elevers förmåga att lösa problem. Fenomenet är inte helt enkelt att förhålla sig till och det finns olika definitioner på vad det innebär. I den här studien är vi intresserade av hur lärare ser på saken. Vi frågar oss därför följande:

Vilka kvalitativt skilda uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga kan vi konstruera utifrån respondenterna i den här studien?

Litteraturgenomgång

Litteraturgenomgången är uppdelad i två delar. Dels har vi en del om begreppet och dels en del om vetenskapen. Först beskriver vi några olika sätt att se på fenomenet problemlösningsförmåga och jämför dessa med varandra. Senare presenterar vi ett antal studier som är av relevans för vår.

Begreppet problemlösningsförmåga – några definitioner

Matematik och kunskaper om undervisning kring matematik är någonting vi vill vara med och utveckla kunskap om. En stor del av undervisningen kring matematikdidaktik i lärarutbildningen har rört problemlösningsförmåga och problemorienterad undervisning. Det var här intresset väcktes för det området av matematik, nämligen problemlösningsförmåga, och matematikdidaktiskt förhållningssätt.

Skolverket har i ett stödmaterial till kursplanen för matematik definierat fenomenet matematiska problem och på så sätt synliggjort vilka färdigheter eleverna behöver utveckla för att nå kunskapskraven för matematik.

> Matematiska problem är situationer eller uppgifter där eleverna inte på förhand känner till hur problemet ska lösas. Istället måste de undersöka och prova sig fram för att finna en lösning. Matematiska problem kan också beskrivas som uppgifter som inte är av rutinkaraktär. Oftast förekommer ett problem i en konkret situation som gör att eleverna behöver göra en matematisk tolkning av situationen. Ibland är problemen inommatematiska och saknar då direkt anknytning till en vardaglig situation. (Utbildningsdepartementet, 2011b)

Målet med Skolverkets stödmaterial är att vägleda lärare i deras arbete. Dessa vägledande texter kan därmed förstås som en normativ tolkning av politiska beslut, Vi anser att detta är en tydlig definition av problemlösning som bidrar till förståelse för läraren och den visar därmed vad det ställs för krav på läraren inom detta område. Trots en tydlig definition från Skolverkets sida har vi under arbetets gång märkt av den osäkerhet som infunnit sig hos flertalet lärare. Föreliggande studie visar att det finns kvalitativa skillnader i lärares sätt att uppfatta fenomenet problemlösningsförmåga.

I litteraturen har vi funnit ett antal studier som på ett eller annat sätt behandlar problemlösning. Många av dessa forskare har valt att stödja sig mot Polyas (2003) definition av problemlösning. Polyas sätt att tänka kring problemlösning är konkret. Vi har funnit forskare som använt sig av dennes definition men som sedan moderniserat och gjort tillägg till en egen definition.

Enligt Polya handlar problemlösning om att först förstå det problem man ställs inför. Kan man förstå ett problem blir nästa steg att utveckla en plan för hur problemet kan tänkas lösa. När den planeringen är gjord genomför man planen och kommer så till sista steget: att titta tillbaka på resultatet och reflektera över det.

Det är tydligt att här krävs inte bara en utan fyra förmågor. Problemlösningsförmåga blir här en samling förmågor som alla måste behärskas för att eleven ska nå ett lyckat resultat. Det första steget kan vid en första anblick tyckas banalt, men är ack så betydande. Förstår vi inte de problem vi ställs inför, eller om vi inte förstår att vi ens ställts inför ett problem, så kan vi aldrig komma vidare till en lösning. Här krävs alltså av eleven att den är så pass förtrogen med sina matematiska kunskaper, samt har ett tillräckligt gott självförtroende, för att förstå eller i alla fall anta att problemet kan vara av matematisk karaktär.

När eleven sedan ska planera för en strategi att lösa problemet behöver eleven vara så pass väl införstådd med de strategier den har till hands att en lösning blir genomförbar. Dessa strategier kan vara formulerade och givna strategier, men de kan också vara personliga. Ju mer avancerad matematiken blir desto viktigare är det att eleven har ett register med formella och formulerade strategier som fungerar på denna typ av problem. Är eleven väl införstådd med de strategier den tänker sig använda vid en problemlösning blir det dags att genomföra planen. Här ställs ytterligare krav på en förmåga eleven bör ha med sig. Inte nog med att eleven ska förstå de matematiska strategier som ligger till grund för planeringen av lösningen. Nu måste eleven också visa att den är benägen att använda strategin. Eleven måste här behärska själva uträknandet, ”kringflyttandet” av siffror om man så vill.

Slutligen är det viktigt att eleven lär sig att reflektera över sitt resultat. Det kan innebära att göra en första rimlighetsbedömning för att först och främst bedöma resultatet av uträkningen, men också för att förstå vad de där siffrorna som svaret består i betyder. Det kan dock vara intressant att titta närmare på hur övriga inom fältet valt att definiera fenomenet. Schoenfeld (ref. i Taflin, 2007) har vidareutvecklat Polyas fyra faser. Han analyserar problemlösning utifrån sex faser:

1. läsa och förstå problemet (read)

2. analysera (analyse)

3. utforska (explore)

4. planera (plan)

5. genomföra (implement)

6. verifiera (verify)

Enligt Schoenfeld är dessa faser centrala inom problemlösningsförmågan, och ju bättre en elev är på att utnyttja dessa, ju längre har eleven kommit i utvecklingen av sin problemlösningsförmåga. Skillnaden här är att större vikt läggs vid planerandet av lösningen. Schoenfeld använder begreppen analysera, utforska och planera som tre separata steg i den processen som Polya enbart benämner *utveckla en plan.* Förmågan har även definierats på andra sätt. Taflin (2007) definierar problemlösning på följande sätt:

1. Individen som ställs inför ett problem vill eller behöver finna en lösning.

2. Det finns inte någon säker väg som innebär en komplett lösning.

3. Individen måste göra en ansträngning för att finna lösningen.

Här handlar det snarare om att eleven behöver vara motiverad till att ta sig an problemet. Motivation och arbetsinsats är centrala i denna definition och skiljer sig på så sätt jämfört med de två tidigare definitionerna.

Kunskapsöversikt

I det här avsnittet presenterar vi exempel på forskning som vi finner relevant för studien. Vi har valt att dela upp avsnittet om forskning i två kategorier; forskning som utgår från ett undervisningsperspektiv samt forskning ur ett lärarperspektiv. Båda dessa perspektiv berör undervisning; såsom den kan uppfattas, upplevas eller leda till kunskap och såsom den kan organiseras och genomföras. Vi sökte efter forskning, internationell såväl som svensk, som på ett eller annat sätt behandlar fenomenet problemlösning eller problemlösningsförmåga. Sökningen skedde främst genom databaser som *ERIC database, Libris* samt i referenslistor i avhandlingar och övriga vetenskapliga rapporter. Sökorden som var centrala var *problem solving ability, problem solving* och *problem + matcematics.* Sökningen resulterade i en mängd träffar där mycket fick sorteras bort då det inte var av relevans för vår studie. Nedan presenterar vi den forskning som vi anser relevant.

Problemlösningsförmåga ur ett undervisningsperspektiv

Chang, Wu, Weng och Sung (2012) har genomfört en studie som visar att elever som får undervisning i problemlösning, i den meningen att de själva får formulera matematiska problem och sedan själva lösa dem, utvecklar en ökad förmåga att lösa matematiska problem; mer noggrant, med högre flexibilitet, mer utarbetat samt med en ökad originalitet. Författarna definierar problemlösningsförmåga med hjälp av Polyas (2003) fyra steg, vilka vi redogjort för tidigare (s 3). Den här studien undersöker

effekterna av det författarna kallar ”problem posing system” hos elevernas problemlösningsförmåga. Problem posing system förklaras som en typ av undervisning där eleverna själva får formulera matematiska problem. I studien deltog 92 elever från fyra klasser i tredje skolåret på en skola i Taipei. Eleverna fick via ett interaktivt datorprogram formulera problem och föreslå lösningar. Via programmet kunde läraren ge respons på de problem som eleverna formulerat. Eleverna fick även åtkomst till övriga elevers problem som de kunde lösa i ett datorspelsformat så som ”vem vill bli miljonär” och ”Star Wars”. Utöver detta anser författarna att metoden utvecklar de elever som annars presterar sämre i situationer där problemlösningsförmåga behöver komma till uttryck. För att relatera den här studien till vår egen vill vi hänvisa till det författarna kallar för ”problem posing system”. Att formulera problem är en aspekt av att söka förstå ett problem och vad som eftersöks. Detta kan tolkas som en del i vad problemlösningsförmåga innebär och vad som krävs av eleven. Att förståelsen är viktig för problemlösningsförmågan menar även Kattubadi och Murata (2012), som har genomfört en studie där de undersöker hur elever i tredje skolåret hanterar subtraktionsproblem med flera siffror. Undersökningen genomfördes på en skola i västra USA där en av författarna ingick i ett projekt som syftade till att utveckla undervisningen. På fyra lektioner under två veckor fick 21 elever lösa sju stycken olika textbaserade subtraktionsproblem. Resultaten visar att när det gäller subtraktionsproblem av jämförande karaktär har eleverna svårare att förstå problemet. Att göra en visuell representation av problemet för att sedan välja lämplig lösningsmetod visade sig så pass komplicerat att eleverna tenderade att välja addition som lösningsmetod. Författarna anser att elever behöver få stöd i att förstå sig på problem, vilket även Chang, m fl. (2012) belyser. Att undervisa med fokus på att förstå olika representationer av problem istället för att enbart lägga fokus på lösningsmetoder kan mot bakgrund av detta hjälpa eleverna att förstå problemet, och formulera det på ett sådant vis att nästa steg mot en lösning blir tydligare.

Ytterligare en studie, genomförd av Maher, Mueller, Powell, Radu och Weber (2012), belyser problemlösningsförmåga. Författarna menar att elevers deltagande i matematiska aktiviteter är beroende av tre ting: vad för typ av uppgifter eleverna ska göra, elevernas förväntningar på sig själva samt elevers sociala normer. Studien syftar till att undersöka vilka effekter en aktivitet utanför skolan kan ha på elevers deltagande i matematiska aktiviteter samt vilka aspekter av aktiviteten som påverkade eleverna i positiv riktning. Studien genomfördes under tre år och innefattade bland annat videoinspelningar av aktiviteter. Eleverna fick delta i en aktivitet som låg utanför den ordinarie undervisningen där de främst fick lösa så kallade ”open ended problems”, som är problemsituationer där lösningsmetod inte serveras i problemformuleringen och där problemet går att lösa på många olika sätt. Många av problemen var av den karaktär där eleverna inte på förhand kände till hur de skulle gå tillväga för att lösa problemet utan var helt beroende av sitt eget tänkande. Mot slutet av studien noterade författarna att deltagandet i aktiviteter som att konstruera egna problem, vilket även poängterats av Chang m fl. 2012) samt Kattubadi och Murata (2012), för andra att lösa, argumentera för egna lösningar och att hjälpa andra elever förstå dessa lösningar ökade. Författarna menar att mot slutet av studien hade elevernas förväntningar på sig själva förändrats främst till fördel för deras självförtroende.

En annan studie, gjord av Kotsopoulos och Lee (2012), undersöker också elevers förståelse vid matematisk problemlösning. Den studien syftar till att undersöka elevers

problemlösningsförmåga i en typisk miljö, så som i samband med läxor, samt studera när problem kan uppstå. Studien har även som syfte att identifiera implikationer för undervisning och elevers lärande. Författarna till den här studien väljer att definiera problemlösningsförmåga så som Polya (2003). Studien genomförde de bland elever i åttonde skolåret under ett helt läsår på en skola i Kanada. Av de 28 elever som fanns i klassen valdes sex stycken ut att delta i studien. Författarna samlade in data genom att dels videofilma matematikundervisningen dagligen samt dels be eleverna spela in en videodagbok. Resultatet visade bland annat att elever stötte på problem tidigt i problemlösningsförfarandet. Detta menar författarna kan bero på svårigheter i att känna igen eller komma ihåg matematiken i problemet. Resultatet visade även på svårigheter i själva beräkningsförfarandet. Författarna menar att just detta resultat var det som förvånade minst. Här sätts elevernas beräkningsfärdigheter på prov och otillräckliga kunskaper om matematiska operationer leder ofta till att en lösning aldrig uppstår. Här vill vi förstå det som att själva beräkningsförfarandet också kan ses som en komponent i förmågan att lösa problem jmf Polya (2006). Möllehed (2001) presenterar också beräkningsförmågan som en brist i problemlösningen och har i sin studie undersökt vilka faktorer som påverkar de enskilda eleverna vid problemlösning i matematik i årskurser 4-9. Studien syftar dessutom till att beskriva dessa faktorer och lokalisera eventuella bristerna samt vari dessa består. Möllehed lät ungefär 100 elever i årskurserna 4-9 lösa 25 problem vardera, för att sedan studera och analysera lösningarna. Studien redovisar följande faktorer med betydelse för i elevernas problemlösningsförmåga:
textförståelse, visuell förståelse, verklighetsuppfattning, uppmärksamhet, separation, relationer mellan helhet och dess delar, kombinationsförmåga, logik, proportionell förståelse, konstans, matematiska begrepp, talförståelse, räkneförmåga, samband mellan storheter, samband mellan enheter och noggrannhet. Den största matematiska bristen, enligt studien, är elevers textförståelse. Med brister i textförståelse menar Möllehed att eleverna misstolkar informationen i texten eller inte förstår sammanhanget. Andra brister som sticker ut ur mängden är: räkneförmåga, vilket även framkom i studien av Kotsopoulos och Lee (2012), uppmärksamhet och relationer mellan helhet och dess delar. Med räkneförmåga menar Möllehed att det omfattar olika sorters räknefel med t ex hela tal, decimaltal och rationella tal. Även algoritmfel förekommer. När Möllehed pratar om uppmärksamhet som brist menar han slarvfel.

Dewolf, Van Dooren och Verschaffel (2011) har undersökt vikten av kontext när elever tolkar och löser problem. Eleverna fick lösa ett problem som handlar om att rättvist dela på en summa pengar mellan två pojkar. Eleverna fick ta sig an problemen dels i matematikundervisningen och dels i religionsundervisning. Författarna gick in i studien med hypotesen att eleverna skulle tolka problemet olika beroende i vilken kontext de ställdes i. Problemet delades ut skriftligt till eleverna och presenterades som antingen en matematikuppgift eller en religionsuppgift. Studien innefattade 151 elever från femte och sjätte året från två nederländska skolor. Resultatet visade att lösningarna som uppstod i matematikundervisningen övervägande bestod av exakta numeriska lösningar, till skillnad från lösningarna ur religionskontexten, som istället kännetecknades mer av ett resonerande kring vad rättvisa innebär. Detta vill författarna förklara genom den kultur som matematikundervisningen är och eleverna är vana vid. Eleverna gör det som förväntas av dem ur de olika kontexterna då undervisningen färgas av ämnet. Vidare visade resultatet att elevernas lösningar i matematikkontexten oftare redovisades med

hjälp av matematiska operationer än vad som förekom när problemet presenterades som en religionsuppgift. Själva lösningsmetodiken var alltså också olik ur de olika kontexterna. Författarna drar slutsatsen att den kontext som ett problem presenteras i har betydande effekt på hur eleverna tolkar, löser samt argumenterar för sin lösning av problemet. Problematiken som författarna visar på kring i vilken kontext problemlösningen sker i kan relateras till definitionen av problemlösningsförmåga som en förmåga att lösa problem i vardagliga situationer

Taflins (2007) studie bygger på fyra studier kring problemlösning och problemlösningsförmåga.
Den första av de fyra studierna är en litteraturstudie där Taflin besvarar följande frågeställningar: Vad är problemlösning och hur ser olika forskare på den, varför och hur ska elever lösa problem, vilka andra aspekter finns det på problemlösning samt slutligen vad menar olika forskare med ”rika problem”? Den andra studien rör rika matematiska problem och dess funktion i undervisningen. Taflin genomför undersökningar på tre olika elevlösningar för att titta på vissa förutbestämda kriterier kring problemet i sig. Hur problemet hanterade elevernas matematiska idéer och strategier, och hur problemet fungerar som en väg till ytterligare matematisk kunskap. Taflin (2007) bygger vidare på detta i sin tredje studie, där hon studerar hur elever och lärare attackerar ett matematiskt problem, och hur de tar tillvara på den kunskapen som arbetet med problemlösningen erbjuder. Den fjärde och avslutande studien behandlar undervisning kring problemlösning och elevernas och lärares olika roller under denna typ av undervisning.

Sammanfattningsvis behandlar Taflin alla studier ämnet problemlösning, och vad det kan innebära både ur lärar- och elevperspektiv. Det resultat som framkommer som är intressant för vår studie är bland annat att Taflin ställer upp kriterier på en uppgift som betecknas som ”rik” och som ska främja elevers problemlösningsförmåga. Vi har i vår studie bland annat frågat respondenterna om vad en typisk problemlösningsuppgift är och vad den ska innehålla. Taflin presenterar följande kriterier för hur ett rikt problem ser ut och vad det innehåller.

- Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer eller vissa lösningsstrategier.
- Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
- Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
- Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer.
- Problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar på olika strategier, representationer och matematiska idéer.
- Problemet ska kunna fungera som brobyggare mellan olika matematiska områden.
- Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem. (Taflin, 2007. s. 11-12.)

Ahlberg (1992) har i sin avhandling gjort en studie kring hur elever upplever och förstår problemlösning. Studiens syfte har även varit att se om olika kommunikationsformer bidrar till att utveckla elevernas problemlösningsförmåga. Som metod har Ahlberg använt sig av både intervjuer och observation av elevers problemlösningsförmåga utifrån ett antal givna problem. De kriterier författaren ställer på dessa problem är att det inte ska finnas någon given metod eller matematisk modell som lösning. 121 elever deltog i den del av studien där elevernas problemlösningsförmåga studerades.

Resultatet visar på två skilda förhållningssätt till problemlösning. Det ena är ett förgivettaget förhållningssätt som innebär att elevens intention är att ge ett svar på problemet. Det andra förhållningssättet är att eleven har ett öppet förhållningssätt, vilket innebär att det primära är att söka förståelse för problemet. Utifrån detta finner Ahlberg att det finns kvalitativa skillnader på hur elever behandlar en problemlösningssituation:

Operandinriktning: Eleverna inriktar sig mot tal. De estimerar ett numeriskt svar på problemen och utför inte några beräkningar.

Procedurinriktning: Eleverna är inriktade mot tal och räknesätt. De utför en räkneoperation för att komma fram till en lösning.

Hypotesinriktning: Eleverna är inriktade mot problemets samtliga innehållsliga delar och mot att se deras inbördes relationer. De relaterar emellertid inte de givna talen till det relevanta innehållet i problemet.

Gestaltinriktning: Eleverna inriktar sig mot problemets samtliga innehållsliga delar och ser deras inbördes relation (Ahlberg, 1992).

När eleverna har ett förgivetaget förhållningssätt har del antingen en operandi- eller procedurinriktning. I detta fall uppfattar eleven problemets struktur och problemlösningen innebär att ge ett numeriskt svar på lösningen. När eleverna har ett öppet förhållningssätt har de en hypotes- eller gestaltinriktning. Då kan eleven uppfatta problemets djupstruktur och kan se att problemlösningen består av flera olika delar och se sambandet mellan dessa (Ahlberg, 1992). Ahlbergs studie blir intressant i det här sammanhanget då en av de frågor vi ställer till lärare behandlar problemlösningsförmåga i elevens enskilda fall. Hur vet läraren om en elev har en god eller en bristande problemlösningsförmåga samt vari bristerna eller färdigheterna ligger?

Polya (ref. i Möllehed, 2001) har funderat kring förhållningssättet till ett problem. Han har klassificerat ett problem i fyra olika fall. Hur tillvägagångssättet kan skilja sig, och vilka krav det sätter på eleven för att kunna lösa problemet:

> *One rule under your nose* – löses genom mekanisk tillämpning av en regel som just har presenterats och diskuterats.
>
> *Application with some choice* – ett problem som kan lösas genom tillämpning av en regel eller en metod som använts tidigare så att problemlösaren måste göra ett val.
>
> *Choice of combination* – ett problem som fodrar att problemlösaren kombinerar två eller flera regler eller metoder.
>
> *Approaching research level* – ett problem som fodrar ny kombination av regler eller metoder men som har många förgreningar och fordrar en hög grad av självständighet och logisk tankegång. (Möllehed, 2001. s. 16-17.)

Detta kan ses som olika tillvägagångssätt när ett problem ska lösas. Det blir tydligt att eleven placeras in i ett av fyra fack, till skillnad från andra mer öppna sätt att se på problemlösningsförmåga.

Problemlösningsförmåga ur ett lärarperspektiv

Kandemir och Gür (2007) har genomfört en studie som behandlar problemlösning ur blivande matematiklärares perspektiv. Studien syftar till att belysa skillnader i synsätt om att utveckla elevernas kreativitet i problemlösningssituationer. I studien deltog 43 studenter vid universitetet i Balikesir i Turkiet. Under en period på 11 veckor observerades och intervjuades studenterna när de deltog i undervisning om olika sätt att undervisa matematik, där en av undervisningarna syftade till att förbättra kreativiteten kring problemlösning. Resultatet visar bland annat att det finns studenter som ställer sig tveksamma till att pröva nya sätt att behandla problemlösning. Författarna menar att en av orsakerna kan vara att dessa studenter har ett stereotypiskt tänkande kring matematik. Majoriteten av studenterna visade dock på en positiv attityd till kreativitet i problemlösning. Författarna menar att kreativ problemlösning kan användas för att utveckla positiva attityder till matematik, och att det finns en stark koppling mellan positiv attityd och prestationer. Vidare menar författarna att om en lärare inte vet eller kan utveckla elevers kreativitet blir det också omöjligt att beakta elevernas kreativa egenskaper. Om lärare utvecklar sin egen förståelse för kreativa pedagogiska tekniker kanske de kan använda dessa tekniker i sitt framtida läraryrke. Det verkar alltså vara så att det finns blivande lärare som har olika uppfattningar om fenomenet problemlösningsförmåga. Akay och Boz (2010) har även de studerat problemlösning ur perspektivet av blivande matematiklärare. Författarna frågar sig vad effekterna av ”problem posing” har på studenternas attityder till matematik. 82 förstaårsstudenter deltog i studien där 40 av studenterna utgjorde kontrollgrupp. Studien är av experimentell karaktär där experimentet gick ut på att under 10 veckor och sex föreläsningstillfällen låta experimentgruppen ta del av matematikundervisning där fokus låg på problemformulerande. Kontrollgruppen fick ta del av de ordinarie föreläsningarna. Före och efter varje föreläsning fick studenterna fylla i ett formulär där de ombads kryssa för till vilken grad ett antal påståenden stämde överens med deras uppfattningar. Påståenden innehöll bland annat ”Att vara student vore roligare utan matematiklektionerna” och ”Jag önskar att föreläsningstimmarna ägnades mer åt matematik”. Det visade sig att studenterna i experimentgruppen hade uppnått en statistiskt signifikant positiv ökning i sina attityder till matematiken, medan studenterna i kontrollgruppen hade utvecklat en mer negativ attityd. Författarna menar att detta har att göra med att studenterna fått arbeta med att formulera egna och formulera om givna problem. Att formulera egna problem, fast ur ett elevperspektiv, behandlar även Chang, m fl. (2012), Kattubadi och Murata (2012) och Maher m fl. 2012).

Soylu (2010) har genomfört en studie om problemlösningsförmåga som utgår från ett lärarperspektiv och öppnar sin studie med följande citat:

> One of the most important goals of mathematics education is to improve students' problem solving skills, which can only be realized by teachers who are well-trained in this field. In this context, the purpose of the studies on the subject is to investigate the models used by elementary school teachers to solve verbal problems and their opinions in this process. (Soylu, 2010, s 1)

Författaren ställer sig två frågor: Vilka tillvägagångssätt och modeller använder grundskolelärare sig av för att lösa verbala problem? Är dessa modeller och tillvägagångssätt lämpliga för att eleverna ska utvecklas i det här fältet av problemlösningsförmåga? För att ta reda på detta har författaren intervjuat 110 grundskolelärare i Turkiet samt samlat in skriftliga exempel på elevers lösningar ur

matematikundervisningen. Resultatet visar att lärare inte är tillräckligt kompetenta att använda lämpliga metoder och modeller anpassade till de elever de har. Författaren hänvisar till Piagets nivåer av kognitiv utveckling och yngre elevers behov av konkretion.

Sammanfattning

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att ur den forskning vi redovisat träder det fram olika uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. Den uppfattningen som flertalet forskare delar är att problemlösningsförmåga främst handlar om att skapa sig en förståelse för problemet, bland annat genom så kallad problem posing activities. Vilket innebär att eleverna får formulera egna problem eller formulera om problem som presenteras. Vidare framgår en uppfattning kring fenomenet som en komplex förmåga som innehåller många olika delar, till exempel textförståelse, logik och räkneförmåga. Just räkneförmågan framkommer i flera studier som en tydlig brist i elevers problemlösningsförmåga. Attityderna till matematiken har betydelse för hur problemlösningsförmåga framställs, vilket visas i delen om lärarperspektivet. Att arbeta med att utveckla problemlösningsförmågan tycks förbättra attityderna till matematiken och medför att eleverna, eller studenterna, blir mer motiverade till att ta sig an problemen. Just motivation som en del i att beskriva problemlösningsförmåga återkommer vi till i resultatet. Ur ett elevperspektiv kan vi se att problemlösningsförmåga främst beskrivs som förmågan att förstå problemet som ska lösas. När problemlösningen ses som bristfällig förklaras det bland annat som en brist i förståelsen för problemet eller som en brist i beräkningsförmågan, det vill säga förmågan att genomföra matematiska operationer. Vidare framgår att problemlösningsförmågan kan se olika ut beroende på i vilken kontext problemet presenteras. Inom matematikundervisningen löses problem med mer traditionella matematiska modeller än vad som annars förekommer. Problemlösningsförmåga och vad det innebär kan alltså också vara beroende på i vilka sammanhang man väljer att prata om förmågan.

Metod

Vi har valt att använda oss av kvalitativ metod där datainsamlingen skett genom intervjuer. Som stöd till för genomförande av intervjuer har vi valt att använda Steinar Kvale (2009). Analysen är fenomenografisk där vi tagit stöd av Larsson (1986), vilket beskrivs mer ingående i avsnittet *Analys.* I det här avsnittet redogörs dessutom för valet av metod under rubriken *Metodval* och under rubriken *Urval* beskrivs hur vi gått tillväga samt hur vi tänkt kring valet av respondenter till intervjuerna. Under rubriken *Genomförande* beskrivs datainsamlingens tillvägagångssätt och i *Analys* hur vi analyserat den insamlade datan. Sist i detta kapitel under rubrikerna *Forskningsetik* och *Trovärdighet* beskriver vi hur vi förhöll oss till forskningsetiska principer samt på vilka sätt våra val påverkade studiens trovärdighet.

Kvalitativ metod

Studien är av kvalitativ art och har genomförts med hjälp av semistrukturerade intervjuer. Om kvalitativ metod skriver Larsson (1986) och menar att metoden syftar till att gestalta någonting. Kvalitativ metod med fenomenografisk inriktning studerar människors uppfattningar av något. Det vill säga inte att studera hur någonting är utan hur någonting uppfattas. Syftet med kvalitativa *intervjuer* är att lyfta fram beskrivningar och tolkningar av respondentens upplevda värld (Kvale, 2009). Eftersom vår studie syftar till att beskriva verksamma lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga använder vi den kvalitativa forskningsmetoden och intervjuer. Med uppfattningar menar vi generellt en sorts förståelse, som är det vi vill åt, till skillnad från upplevelser som mer syftar till erfarenheter.

För att förtydliga analysmetoden *fenomenografi* har vi använt oss av Runesson (1999). Är då fenomenografin en teori eller en metod? Hon menar, med stöd av andra forskare, att *fenomenografi* varken ska ses som en metod eller en teori. Istället ska det ses som en ansats vilket innebär att identifiera och ställa forskningsfrågor kring ett fenomen. Det finns både metodiska och teoretiska inslag, men inte tillräckligt för att ensamt kunna stå som en egen metod eller teori (Runesson, 1999). Vidare påpekar Runesson (1999) att avsikten med *fenomenografin* är att försöka förstå ett fenomen såsom människor ser på detta och få fram dessa erfarenheter och uppfattningar. Syftet med fenomenografin blir således att beskriva de kvalitativa skillnader som finns i människors uppfattningar kring ett fenomen (Runesson, 1999).
Vi har använt oss av *fenomenografin* som en analysmodell och då lutat oss mot Larsson (1986) och hans sätt att behandla analysen ur ett fenomenografiskt perspektiv.

Intervjuerna utgår ifrån en intervjuguide (Bilaga 2) där vi valt att ställa olika typer av frågor till respondenterna i syfte att komma åt deras uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. I intervjuguiden utgår vi därmed ifrån olika aspekter av lärarens praktik. Intervjuguiden bygger på följande teman: *Vad är problemlösningsförmåga? Varför problemlösningsförmåga? Elev som visar problemlösningsförmåga, Elev som visar på bristande problemlösningsförmåga, Hur utveckla problemlösningsförmåga, När använder du din egen problemlösningsförmåga? Hur bedöma problemlösningsförmåga? Hur ser en typisk problemlösningsuppgift ut?* samt *Sammanfatta problemlösningsförmåga kort*.

Intervjuguiden menar vi hjälpte oss behandla fenomenet ur olika perspektiv. Vi förberedde även ett antal tänkbara följdfrågor.

Urval

Vi har valt att intervjua matematiklärare verksamma i grundskolans årskurs 4-6. Vi har begränsat undersökningsgruppen till åtta respondenter. Inom tidsramarna för det här arbetet kändes det rimligt att genomföra studien med det antalet intervjuer. Lärarna fanns på nuvarande respektive före detta skolor där vi haft verksamhetsförlagd utbildning (VFU) eller på skolor där vi inte varit verksamma sedan tidigare. Det första vi gjorde var att fråga behöriga matematiklärare på tidigare VFU-skolor. Utav de åtta intervjuade utgjorde dessa sex stycken. De är övriga två lärarna valdes genom en tidigare kontakt med en verksam lärare. Totalt antal tillfrågade uppnådde till 14 stycken varav tre tackade nej och tre valde att inte svara på vår förfrågan. Dessa lärare kunde även tipsa om kollegor som skulle kunna tillfrågas om deltagande i studien.

Eftersom vi arbetar med en fenomenografisk ansats sökte vi variation i urvalet när det kommer till ålder, år i yrket, utbildning och övriga erfarenheter av undervisning. Här gör vi ett antagande om att beroende på vad för slags bakgrund en lärare har så kan det ha påverkat lärarens uppfattningar av fenomenet. Detta medförde att vi fick vidga vårt sökområde efter lämpliga respondenter. Av den anledningen tog det längre tid än väntat att få till stånd de intervjuer vi önskat. Några av de tillfrågade lärarna har nekat till att delta i studien men har i sin tur hänvisat till kollegor som kunnat ställa upp. Utöver detta har ett flertal lärare ej besvarat vår förfrågan. Att vi valde just dessa kriterier för urvalets spridning bygger på vårt antagande om att utbildningsbakgrund och erfarenheter är det som formar uppfattningar. Könstillhörighet ansåg vi inte ha betydelse och har därför inte funnits med som ett kriterium för urvalet. Trots detta har vi uppnått en spridning på även den punkten.

Genomförande

Vi valde att genomföra intervjuerna efterhand som vi bokade in dem. Detta gjordes i syfte att kunna använda respondenterna i vårt arbete att hitta fler behöriga matematiklärare att intervjua. Intervjun började med att vi gick igenom studiens syfte och tillsammans gick igenom det skriftliga samtycket (bilaga 1). Vi berättade då att syftet med studien vara att undersöka variationer i lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga.

Eftersom vi båda deltog under samtliga intervjuer valde vi att göra en tydlig ansvarsfördelning. Den av oss som hade minst tidigare kontakt med respondenten agerade intervjuledare, medan den andre antecknade frågor som dök upp under intervjun och sedan ställde dessa vid lämpligt tillfälle. Vid varje intervjutillfälle fick respektive respondent välja var intervjun skulle genomföras. Samtliga valde att genomföra intervjun i en lokal på den skola som de var verksamma i.

Vi valde även att inte ge respondenterna för mycket information om studien innan intervjutillfället. Detta med anledning av att vi inte ville att lärarna skulle läsa på innan

för att ”välja rätt” uppfattning. Det som var av betydelse var lärarnas spontana svar i intervjuerna.

Innan inspelningen, som genomfördes med båda våra mobiltelefoner utifall tekniken skulle strula, av intervjuerna startade samlade vi uppgifter om ålder, antal år i yrket, nuvarande klass, utbildning och tidigare erfarenheter. Dessa antecknade vi för hand. Därefter startades inspelningen. Vi valde att spela in intervjuerna på två mobiltelefoner. Anledningen var att skapa en säkerhet om någon av telefonerna inte skulle fungerat. De åtta intervjuerna var samtliga i tidsintervallet 18-30 minuter. Några av respondenterna uppfattade vi som nervösa. I de fallen berättade vi att det inte finns något rätt eller fel utan att det är deras uppfattningar som är det intressanta. Dessa respondenter upplevde vi anta en mer avslappnad inställning till intervju när detta klargjorts.

Efter avslutad intervju mailade vi det inspelade materialet till vår mail för att ha som säkerhetskopia. Efter ett intervjutillfälle förlorade vi inspelningsdata av andra hälften av en intervju, trots två inspelningar. Tekniken lyckades alltså strula ändå. Vi valde till slut att använda oss av det datamateriel som fanns kvar och lyckades konstruera uppfattningar av fenomenet utifrån det.

Fenomenografisk analys

Analysen av intervjuerna påbörjades genom att vi, efter respektive intervju, ordagrant transkriberade inspelningarna. Stakningar, pauser och övriga läten transkriberades då vi vid transkriberingstillfällena inte hade någon föreställning om vad som kunde vara relevant information och inte. Vi valde därför att skriva med allt och istället sortera bort det vid analysarbetet. Vi skrev ut dem och klippte isär intervjuerna efter de teman som vi utgått från i intervjuguiden. Larsson (1986) menar att det finns en fördel i att skriva ut intervjumaterialet då det underlättar läsandet såväl som arbetet med att flytta omkring och jämföra respondenternas svar. Efter att ha genomfört och transkriberat fyra intervjuer gjordes en första grovanalys där vi sorterade upp respondenternas svar efter de teman vi utgick från i intervjuguiden. Grovanalysen innebar att vi sorterade bort den information som inte rörde vårt syfte. Detta handlade främst om delar av intervjuerna där intervjun berörde delar om lärares stressade tillvaro eller oro kring de stundande nationella proven. Att vi valde att påbörja analysen innan allt datamateriel var insamlat berodde på att vi ville pröva vårt analysarbete för att upptäcka eventuella brister i ett så tidigt skede som möjligt. Efter det sökte vi sammanfatta och tolka varje respondents svar på respektive tema. Härifrån fick vi en god översikt över vad respondenterna hade för tankar kring fenomenet problemlösningsförmåga och det blev nu möjligt att synliggöra de uppfattningar som framkommit i vårt transkriberade material. Ett exempel på analysarbetet återges i tabell 1. Där visar vi exempel på hur respondenters utsagor formuleras till uppfattningar. Detta gjordes i analysens andra skede då vi sökte formulera respondenternas utsagor till en eller flera uppfattningar som vi sedan kunde arbeta vidare med i det fortsatta analysarbetet. Detta arbete innebar en viss tolkning från vår sida men vi var noga med att inte sväva iväg utan hålla oss till det som respondenterna sagt. I tabellen nedan kan vi se hur utsagan "Att de kan ta tillvara division exempelvis i NO ämnen. Eller nått annat ämne. Ja de, jag vill att de redovisar… Just själva tillvägagångssättet…" formuleras om till ”En elev som redovisar sitt tillvägagångssätt och kan ta tillvara på matematiken i andra ämnen.” De fyra sista

intervjuerna analyserades på samma vis. När vi kommit så långt med analysen läste vi igenom respondenternas svar en tredje gång och arbetade med att jämföra de olika uppfattningarna mot varandra. I den här processen trädde de olika kategorierna fram samt vilka uppfattningar som hörde till respektive kategori. Någon respondent uttryckte vikten av att arbeta i par då eleverna har nytta av varandra och kan lära av varandra. En annan respondent uttryckte vikten av att arbeta i grupp med liknande motivering. Dessa två uppfattningar sammanförde vi under samma kategori då vi gör bedömningen att de båda två ger uttryck för samma sak. Detta förfarande upprepades genom hela tredje stadiet av analysarbetet och är den del av analysen som innefattat störst andel tolkande av oss som författare. Nämligen som en förmåga att via kommunikation finna lämplig metod. Larsson (1986) skriver även att det är viktigt att kategorierna stämmer överens med intervjumaterialet. Det är omöjligt att ur en obearbetad intervju ta fram de här kategorierna utan arbetet med analysen kräver att läsa och sedan reflektera över det lästa, och sedan läsa en gång till. Larsson menar också att det är viktigt att analysprocessen tillåts ta tid. Analysen av intervjumaterialet bör göras flera gånger för att komma åt vad respondenterna ger uttryck för. Av den anledningen valde vi att genomföra analysen i de tre steg som vi redogjort för ovan. Det är vanligt att mycket av intervjumaterialet får sorteras bort då det inte är av relevans för studien. Detta var något vi upplevde i analysarbetets inledande skede.

Tabell 1 visar hur de olika uppfattningarna konstrueras utifrån respektive tema ur intervjuguiden. Tabellen ger ett exempel på en respondents utsaga kring respektive tema samt vilken uppfattning den utsagan ger uttryck för. Utifrån dessa olika uppfattningar genomfördes nästa steg i analysen då vi ställde dessa mot varandra och då kunde urskilja de olika kategorier vi presenterar i resultatet.

Tema ur intervjuguide	Utsagan	Uppfattning
Vad är problemlösningsförmåga?	"Ehm, det är väl att kunna ta tillvara kunskaperna i andra situationer, att man kan, kunna använda matte, mattestrategier i andra ämnen också." "För dom vet inte riktigt vad det är, hur dom ska göra. Och då vågar dom inte chansa… Så det kanske är en del självförtroende också."	Förmågan att använda matematik utanför matteboken. Det handlar om att kunna hitta lämplig metod.
Varför problemlösningsförmåga?	"Ja.. Det är väl för att kunna lösa vardagliga problem, när man blir vuxen, till slut." "…då ser jag att det har förstått matte, att de kan använda det i en annan situation."	För att förstå att matematiken kan användas i olika sammanhang för att klara av vardagliga situationer.
Elev som visar problemlösningsförmåga	"Att de kan ta tillvara division exempelvis i NO ämnen. Eller nått annat ämne." "Ja de, jag vill att de redovisar… Just själva tillvägagångsättet …"	En elev som redovisar sitt tillvägagångssätt och kan ta tillvara på matematiken i andra ämnen.
Elev som visar på bristande problemlösningsförmåga	"Ja det… det är… om man har en läsuppgift i matten till exempel och de inte förstår själva uppgiften.. Eller om man tar i matten då, de har inte förståelsen för att kunna använda räknesätten helt enkelt.. Tror jag."	En elev som inte förstår själva uppgiften eller brister i räknesätten.

Hur utveckla problemlösningsförmåga	"De får upptäcka att det kanske finns fler sätt att komma fram till svaret än bara sitt sätt."	Att eleverna får ta hjälp av varandra för att se att det finns olika lösningar.
När använder du din egen problemlösningsförmåga?	"Överlag.. Ja.. Det är nog att kunna räkna de här olika räknesätten och ta reda på vad jag behöver leta, leta på för uppgifter för att komma fram till ett svar helt enkelt."	I vardagliga situationer, att kunna använda räknesätten då.
Hur bedöma problemlösningsförmåga?	"Jag måste försöka se om de kan använda matte i andra situationer samt om de kan lösa problemlösningsit.. Eller uppgifter i matten.."	Det är ett helhetstänk. Eleverna behöver kunna välja lämpliga strategier och använda dessa även utanför matematiken.
Hur ser en typisk problemlösningsuppgift ut?	"… och de gjorde det muntligt då och redogöra för hur de kommit fram till.. Så vi hade nog tre olika strategier."	Uppgifterna har inte någon självklar strategi, det kan finnas olika.
Sammanfatta problemlösningsförmåga kort	"Dom behöver kunna analysera, reflektera problemet. Dom behöver skapa sig en strategi, för hur man ska lösa. Sen är det ju beroende på om det är enskilt eller i grupp. Så behöver dom ha samarbetsförmåga och lyhördhet och den, ja, förmågan att kunna samarbeta. Ja... Ja det är väl det."	Förstå problemet och skapa sig en strategi, i vissafall samarbetsförmåga.

Tabell 1

Forskningsetik

Vi har utgått från Vetenskapsrådets (2002) publikation ”Forskningsetiska principer” där vi stödjer oss på de fyra huvudkraven:

Informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet (Vetenskapsrådet, 2002).

- Informationskravet innebär att forskaren i förväg informerar respondenterna om studiens syfte. Kravet uppfyllde vi genom att dels informera om studiens syfte vid den första kontakten, och sedan även precis innan vi påbörjade våra intervjuer, både skriftligt och muntligt.
- Samtyckeskravet innebär att respondenterna i studien själva ska få bestämma om de vill medverka i studien eller inte, samt kunna avbryta sin medverkan om de känner för det. Vi uppfyllde detta krav genom att innan respektive intervju informera respondenterna om detta innan vi genomförde intervjuerna. I och med det hade respondenterna en möjlighet att avbryta sin medverkan.
- Konfidentialitetskravet innebär att uppgifter om deltagande personer behandlas konfidentiell. Vi uppfyllde detta krav då de deltagande personerna avidentifierades, samt att allt inspelat material förvaras oåtkomligt för andra än oss själva.
- Nyttjandekravet innebär att uppgifter om enskilda personer endast får användas för studiens ändamål. Detta krav uppfylldes genom att vi informerade våra respondenter att studien enbart sker i syfte att användas i examensarbetet och inte kommer att publiceras i något annat forum.

Vi har under intervjutillfällena samt genom analysprocessen förhållit oss till de som respondenterna sagt utan att lägga några värderingar i det. Vi har i största möjliga mån försökt att hålla oss objektiva till datamaterialet.

Trovärdighet

För att stärka studiens trovärdighet valde vi att genomföra en ordagrann transkribering av samtliga intervjuer. Vi lyssnade på det inspelade materialet och skrev ner det exakta samtalet. För att komma åt eventuella känsloyttringar valde vi att arbeta med smileys vid transkriberingen. Den informationen hade senare ingen betydelse för analysen då det inte gick att hänvisa en uppfattning till ett speciellt känslouttryck. Uppfattningar handlar om en sorts förståelse och känslouttrycken blev därför inte relevanta. Hade studien fokuserat på upplevelser, som handlar om erfarenheter, hade känslouttrycken möjligen spelat en större roll. Vi valde ändå att ta med dessa som en sorts gardering i noggrannhet. Vi var noggranna i transkriberingen för att inte gå miste om något relevant som hände under intervjutillfället. Den intervjuguiden vi använt oss av har visserligen inneburit en sorts styrning. De teman som vi utgått från har innefattat de huvudsakliga delarna av lärares yrkespraktik och att vi på så vis kommit åt fenomenet från många håll. I efterhand är vi nöjda med den intervjuguide vi konstruerat även om vi vid vissa tillfällen kommit på följdfrågor som vi önskade att vi ställt. Vi valde att konsekvent hålla oss till temana i intervjuguiden och på så vis blev det tydligt vilka delar av intervjuerna som inte var relevanta för vår studie. Att mycket av texten fick sorteras bort

var vi beredda på. Det viktigaste för oss var att finna de svar respondenterna gett som var av relevans och inte att forcera data som inte besvarar syftet. Sådant datamateriel bestod bland annat av delar ur intervjun där läraren (och i viss mån även vi) kom in på sidospår som inte berörde syftet, exempelvis diskussioner om de stundande nationella proven och den extra arbetsbelastning som detta medför.

Ett annat medvetet val vi gjorde för att stärka studiens giltighet var att vi närvarade båda två vid samtliga intervjutillfällen. Alternativet hade varit att genomföra hälften av intervjuerna var. Då är dock risken att intervjuerna skiljer sig från varandra så pass mycket att de glider ifrån studiens syfte. Ett annat motiv till att båda två närvara vid varje intervju var att stötta varandra i själva intervjuförfarandet eftersom vi båda två är ovana i rollen som intervjuare. Ytterligare en aspekt som stärker studiens trovärdighet är det faktum att den utav oss som inte hade en tidigare relation till respondenten hade huvudansvaret för intervjun.

Att vara medveten om att man spelas in kan många gånger också upplevas som en stressande och onaturlig situation. Dock är detta inget som vi upplevt har påverkat trovärdigheten av studien även om det kan ha påverkat enskilda svar i intervjuerna. Alternativet hade varit att inte spela in intervjuerna alls. Fördelarna med att spela in såg vi som övervägande alternativet.

Vi gick in i analysarbetet med ambitionen att vara utan förutfattade meningar och tog det som respondenterna sagt för vad de sagt. Larsson (1986) problematiserar trovärdigheten av fenomenografisk analys. De kategorier som träder fram i resultatet bygger på författarnas tolkning av intervjumaterialet. Denna tolkning sker främst när uppfattningarna ska tilldelas kategori. Principen har här varit att genom våra formuleringar av respondenternas utsagor samt i vissa fall även övrigt som respondenten sagt jämföra uppfattningarna och söka efter kvalitativa skillnader eller likheter. En sådan tolkning kan påverka trovärdigheten av analysen då det bygger på just en tolkning. Detta är dock inget vi anser utöver det vanliga när det gäller kvalitativa studier. Vi har arbetat med att göra analysarbetet så genomskinligt vi kan för att läsare ska kunna göra en kritisk bedömning av det resultat vi sedan presenterar. Här har vi varit noga med att inte lägga in våra egna värderingar i vad respondenterna sagt, samt inte utgått från att det funnits ett rätt eller fel. Vid några tillfällen stämde respondenternas tankar inte överens med våra egna och vid dessa tillfällen fick vi stanna upp för att inte riskera att detta skulle återspeglas i studiens resultat.

Resultat

I det här kapitlet presenterar vi studiens resultat. Vi visar på de kvalitativt skilda kategorierna av uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. De lärare vi intervjuat har visat på en eller flera uppfattningar av fenomenet och dessa uppfattningar har organiserats i kategorier. Beskrivningen av varje kategori inleds med en kort beskrivning av vad den innebär och följs av beskrivande citat samt en förklaring av vad de betyder för den kategori de tillhör. Kapitlet avslutas med en sammanfattning. Kategorierna presenteras ordnade efter antal uppfattningar inom respektive kategori. Från de vanligaste, till de mer sällsynta. De kategorier som vi har funnit är: Förmåga att via kommunikation finna en lämplig metod, förmåga att kunna använda matematiken som verktyg, förmåga att förstå problemet, förmåga att redovisa sin lösning, förmåga att lösa problem i fyra steg samt förmåga att motiverat ta sig an problem.

Förmåga att via kommunikation finna en lämplig metod

Den första uppfattningen betonar kommunikation som betydande del i problemlösningsförmåga. Lärarna här beskriver problemlösningsförmåga som en förmåga att i ett matematiskt problem kunna finna lämplig beräkningsmetod. För att lyckas med det menar lärarna att grupparbetet, där samspel och kommunikation ingå, är viktigt för problemlösningsförmågan. En av lärarna beskriver att problemlösningsförmåga är en förmåga att lösa problem utan givna tillvägagångssätt i samspel med andra, eller som förmågan att kunna välja lämplig metod och redovisa sin lösning, gärna i samspel med andra.

Lärare A belyser här vikten av grupparbetet. Det anses vara en betydande faktor för elevens problemlösningsförmåga att den får ta del av andras lösningar eller lösningsförslag. Halvvägs in i intervjun, när vi kommit in på ämnet hur man som lärare kan arbeta med att utveckla problemlösningsförmågan hos elever, fick vi följande redogörelse:

> Japp.. Ja, och även naturligtvis att jobba med i grupp en problemlösning där man får ..komma fram med olika lösningar, visa, förklara för de andra. Ta del av hur man, hur de andra har tänkt.. Så.

Lärare A menar att det är genom grupparbetet som problemlösningsförmågan kan utvecklas. Grupparbetet möjliggör för eleverna att via kommunikation vara med och utveckla både sin egen såväl som andra elevers problemlösningsförmåga. Här handlar det alltså om en förmåga att i samspel med andra komma fram till en lämplig metod för att lösa ett problem. Lärare A fortsätter att förklara hur det arbetet kan se ut med följande citat:

> Jag försöker att jobba så det blir en problemlösning eftersom ska träna kommunikation och samarbete. Du ska träna metoder, alltså fakta, förståelse.

Här belystes ytterligare vikten av grupparbetet i den mening de handlar om problemlösningsförmåga som en förmåga att via kommunikation finna lämplig lösningsmetod till ett problem. Att undervisa med fokus på problemlösning innebär en undervisning med fokus på kommunikation och samarbete. Lärare B väljer också att, på samma fråga, poängtera grupparbetets betydelse:

> arbeta i grupp tror jag är jättebra, att de får lära av varandra och se att det finns olika lösningar…

Här menar Lärare B att poängen med grupparbetet är att eleverna ska få tillfälle att lära av varandra samt ta del av varandras lösningar. Detta visar också på en förmåga att i ett kommunikativt sammanhang komma fram till lämpligaste lösningsmetoden till problemet.

Förmåga att kunna använda matematiken som verktyg

En annan uppfattning är problemlösningsförmåga som en förmåga att kunna genomföra själva beräkningen eller på annat vis kunna använda matematiska strategier i problemlösningssituationer. Här ger lärare uttryck för problemlösningsförmåga som förmågan att använda matematiken utanför matteboken och kunna tillämpa olika matematiska strategier, en förmåga att kunna lösa problem på olika sätt samt ha förmågan att kunna dra slutsatser samt som förmågan att finna lämplig metod för att lösa praktiska problem såväl som teoretiska.

Lärare C uttrycker alltså problemlösningsförmåga bland annat som en förmåga att använda matematik som ett verktyg, för att lösa vardagliga problem eller problem inom andra områden än matematikämnet. På frågan om vad problemlösningsförmåga är för någonting svarar lärare C på följande vis:

> Ehm, det är väl att kunna ta tillvara kunskaperna i andra situationer, att man kan, kunna använda matte, mattestrategier i andra ämnen också."

Lärare C menar här att problemlösningsförmåga handlar om en förmåga att kunna använda sig av matematiken som ett verktyg för att kunna lösa problem även utanför matematikämnet. Det är vår tolkning att problemlösningsförmåga här främst handlar om att finna lämplig lösningsstrategi för att lösa problem som inte nödvändigtvis är av matematisk karaktär. Problemlösningsförmåga definieras som en förmåga att förstå och använda matematiken som ett verktyg. Vi har även lokaliserat uppfattningar kring problemlösningsförmåga som bygger på förmågan att vara flexibel i sin problemlösning. Att kunna anpassa sina strategier till olika typer av problem. Lärare H förklarar i följande citat vad problemlösningsförmåga handlar om:

> För mig handlar det mycket om att man ska kunna lösa en uppgift på, på olika sätt. Alltså det finns ingen bestämd väg att gå…

Här menar läraren att elever som har en god problemlösningsförmåga är medvetna om att det finns flera sätt att lösa problemet på. Eleven måste därför ha kännedom om de olika lösningsstrategier som kan användas för att lösa problemet. En sådan kännedom innebär i sin tur att eleven är införstådd i hur de olika lösningsstrategierna används. Att kunna använda matematiken som ett verktyg, samt ha en förståelse för de olika strategierna är någonting som även lärare A menar. På frågan om vad problemlösningsförmåga är för något svarade lärare A enligt följande:

> En förmåga att lösa problem som inte är definierade på förhand som innehåller många olika parametrar och kan ha flera olika lösningar.

Detta tolkar vi som en förmåga att finna lämplig beräkningsmetod för att lösa problemet. Eftersom respondenten menar att problem av den typen kan ha många olika

lösningar innebär det att eleven behöver ha kunskaper kring hur beräkningarna, eller lösningsstrategierna, fungerar. Här handlar förmågan återigen om att kunna använda matematiken.

Förmåga att förstå problemet

Den här kategorin fokuserar på elevernas förståelse för problemet. Här har lärare valt att bland annat förklara att problemlösningsförmåga beskrivs som elever som kan hantera problem som inte är av rutinkaraktär både i matematik och i det vardagliga livet. Eleven kan konkretisera problemen. Det handlar här om att förstå problemet för att kunna lokalisera den metod som krävs för att lösa det men också en förståelse som innebär att eleven kan dra slutsatser kring problemet och ställa hypoteser. Lärare G får frågan om vad problemlösningsförmåga är för någonting och förklarar på följande sätt:

> Ja men det är en förmåga att lösa nånting som inte är ett, en rutinuppgift… man måste gå in liksom lite mer i problemet och fundera på hur man ska lösa det…

Vi tolkar svaret som att det är just förståelsen som är det centrala. En rutinuppgift innebär en uppgift där lösningsmetoden på förhand är given, så kallade inommatematiska problem av karaktären 2+3 som exempel. Problem som inte är av rutinkaraktär innebär att lösningsstrategin inte på förhand är given och då krävs det av eleven att de kan bilda sig en förståelse för problemet för att på sikt komma fram till vilken metod som lämpar sig för en lösning. Lärare F får i intervjun frågan om hur man kan se att en elev visat prov på problemlösningsförmåga. Nedan exemplifierar läraren detta ur en klassrumssituation och förklarar vad en elev gjort och hur den tänkt och på så vis visat på en förståelse.

> Men då var det nån elev när vi gick igenom och försökte problematisera vad det handlade om och vardagsanknyta som kan tänka: ah, men om det nu är såhär, så tänkte hon vidare. Så hon var ju på nästa nivå sen.

Vi tolkar detta svar som att eleven förstår problemet och att den förståelsen möjliggör för utvecklade idéer. Eleven förstår problemet och lyckas med den förståelsen dra en slutsats. Något som även lärare H poängterar är centralt för problemlösningsförmågan. Lärare H får i intervjun frågan om hur man som lärare kan se att en elev visar på en problemlösningsförmåga. Här riktas svaret mot att kunna ställa hypoteser:

> …man kan ju också ställa sånna här… hypoteser. Vad tror ni kommer hända då? Då ser man att de har den här förmågan…

Vi tolkar det som att eleven behöver ha en förståelse får problemet, för att kunna spekulera i nästa steg. Ett liknande svar framkommer vid frågan om bristande problemlösningsförmåga. Lärare H lägger här vikt vid att kunna se samband.

> Medan andra redan kan tänka tillbaka om det såg ut så då.. Då borde det också kunna hända någonting längre fram.. Tror inte riktigt de är mogna för det tänket kanske..

Lärare H ger här ett exempel från en lektion som behandlade människans utveckling. Här exemplifieras förståelsen som förmågan att dra slutsatsen att människan såg annorlunda ut förr i tiden och att det då kan komma att ske förändringar även i framtiden. På frågan om hur man kan se att en elev brister i sin problemlösningsförmåga gav lärare B följande förklaring.

> Och för dem är det ju väldigt svårt att tolka ett problem… Att när de löser uppgifterna så missar de något steg. Har svårt att ja, se vilket räknesätt de ska använda och hur de ska lösa uppgiften…

Lärare B menar att brister i problemlösningsförmåga kan yttra sig som att eleven inte lyckas finna lämplig beräkningsmetod för att lösa problemet. Det är på så vis förståelsen för problemet som brister. Lärare D lyfter fram vikten av att finna lämplig strategi. På frågan om hur en typisk problemlösningsuppgift ser ut, samt på frågan om hur en lärare kan se att en elev visar på bristande problemlösningsförmåga svarar lärare D på följande vis.

> Att, en uppgift som typ ett lästal eller vad man säger… och att de sen ska lösa det med vad för räknesätt de använder och hur de ska bena ut det…
>
> …att man inte förstår problemet, att man chansar…

En typisk problemlösningsuppgift är enligt läraren en uppgift där eleven själv måste komma fram till vilken lösningsstrategi som ska användas. För att komma fram till det behöver eleven ha en förståelse för problemet. Har eleven inte det, det vill säga när eleven visar på bristande problemlösningsförmåga, lyckas inte eleven ta nästa steg i lösningen av problemet utan kan tvingas att chansa på lösningsmetod.

Förmåga att redovisa sin lösning

I den här kategorin handlar problemlösningsförmåga främst om en förmåga att kunna redovisa sitt resultat. Det handlar om att i redovisningen visa på en förståelse för problemet samt att beräkningen är genomförd på ett korrekt sätt. Eleven ska kunna redovisa sitt tillvägagångssätt på ett sätt att detta blir tydligt. Redovisningarna kan ske både muntligt, skriftligt eller i bild. Lärare B lyfter fram vikten av att eleven kan redovisa sin lösning och redogöra för sitt tillvägagångssätt.

> Men det är väl att eleven klarar av, alltså, lösa ett problem och visa att den kan lösa det. Den måste liksom kunna visa det skriftligt och bildligt och även berätta hur den tänker…
>
> Det viktigaste är att eleverna kan visa sina tankar. Hur de löser problemet. Vägen till svaret då.

För att läraren ska ha en chans att bedöma eleven krävs det av eleven att den kan redovisa sina lösningar på ett tillfredställande sätt. Problemlösningsförmåga handlar även enligt lärare C om att finna lämpliga metoder eller strategier för att lösa problemen. För att se om eleverna löst problemet svarar lärare C på följande vis.

> Att de kan ta tillvara division exempelvis i NO ämnen. Eller nått annat ämne." "Ja de, jag vill att de redovisar… Just själva tillvägagångsättet…

Även här ses det som viktigt att eleven redovisar sin lösning för att läraren ska få syn på elevens problemlösningsförmåga. Lärare D uttrycker även vikten av det praktiska arbetet. Lösningsstrategier behöver inte nödvändigtvis vara aritmetiska operationer utan förslagsvis praktiska, bildliga lösningar och redovisningar av lösningar till problemen.

> Då blir det lite mer en praktiskt förmåga… Och vi klipper och klistrar för att hitta omkretsens förhållande till pi eller nått sånt där.

Här ges ett exempel på hur en mer praktisk redovisning kan gå till. Redovisningar behöver inte alltid vara skriftliga beskrivningar av tillvägagångssätt eller muntliga

förklaringar utan kan även innebära att eleven demonstrerar sin lösning på problemet. Vikten av att redovisa sin lösning framkommer även hos lärare E. Lärare E lägger stor vikt vid ”rätt svar” vid lösningar till problem. Om eleven svarar på rätt sätt med rätt formulering kan läraren se om eleven förstått problemet.

> Alltså det första man tittar på är svaret, för om svaret blir rätt och dessutom är formulerat på ett korrekt sätt då är ju det egentligen ett bevis på att problemlösningsförmågan finns där.

Den typen av redovisning menar lärare E visar att eleven dels förstått problemet då svaret är rätt formulerat, dels att eleven valt lämplig beräkningsmetod och genomfört beräkningen på ett korrekt sätt. Är svaret dessutom korrekt formulerat visar det att eleven kan återföra svaret på problemet och då också förstått sin lösning.

Förmåga att lösa problem i fyra steg

Den här kategorin innehåller en tydlig förklaring till hur problemlösande går till. Kategorin omfattar även andra kategorier men skiljer sig på så sätt att här är alla steg lika viktiga och problemlösningsförmåga beskrivs som en förmåga att kunna hantera samtliga steg. Problemlösningsförmåga beskrivs på så sätt att det handlar om olika förmågor, att förstå problemet, att kunna välja metod, genomföra beräkningen och sedan återföra svaret på problemet. Lärare E svarar på frågan om vad problemlösningsförmåga är och hur man kan se den förmågan hos en elev:

> Förstå problemet, välja metod, genomföra uträkningen och sen återföra svaret till det vad var frågan från början. Klarar man den cirkeln, då har man en problemlösningsförmåga.

> Man ska kunna läsa, förstå vad problemet är, man ska kunna välja metod, och man ska kunna räkna ut svaret och sen redovisa på ett sätt så det framgår att man förstått vad det handlar om. Så det är en vanlig mattelektionssituation om man säger så.

Lärare E är konsekvent i sin uppfattning och menar att det inte räcker med att förstå problemet, eller kunna genomföra en beräkning. Eleven måste klara av samtliga steg för att visa på problemlösningsförmåga.

Förmåga att motiverat ta sig an problem

I den sista kategorin belyses motivationens betydelse för problemlösningsförmågan. Att komma igång och våga ta sig an problemet är här viktiga element i problemlösningsförmågan. Här beskrivs problemlösningsförmåga som viljan att ta sig an ett problem och ha förmågan att tänka ett steg längre. Det som lyfts fram som väsentligt här är motivationen till att lösa problem snarare än lösningens kvalitét. Vikten av att komma igång med sitt arbete är något som lyfts fram vid frågan om vad lärare F tittar på hos eleverna när elevernas problemlösningsförmåga ska bedömas.

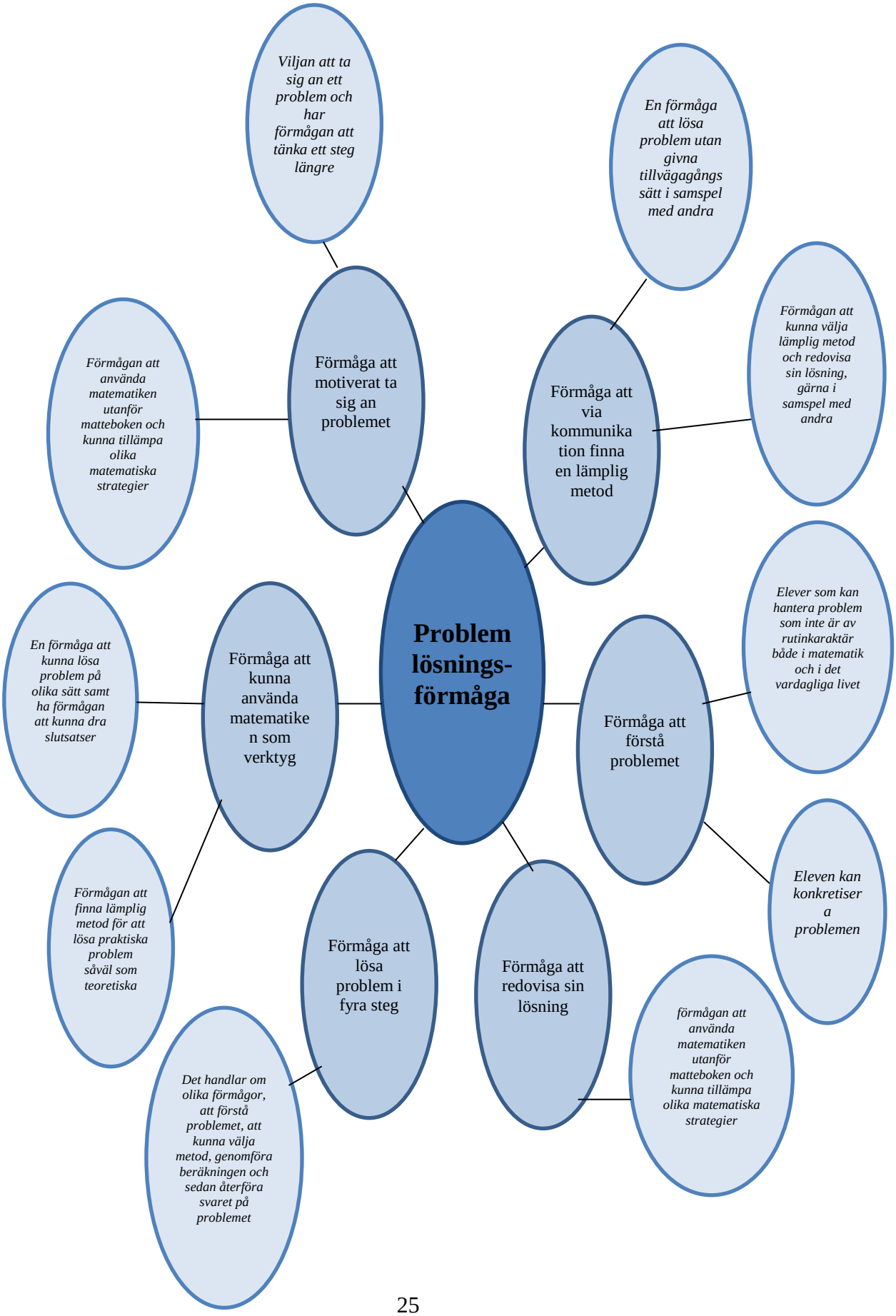
> …hur pass de klarar att starta och.. Starta att konstruera en lösning, starta tänket till en lösning.. Ifall de kan börja beskriva det..

För att läraren ska kunna bedöma elevens problemlösningsförmåga observeras elevens motivation till att ta sig an problemet. Om eleven visar på en vilja att påbörja en lösning till problemet menar lärare F att eleven visar att den har en problemlösningsförmåga.

Sammanfattning

Sammanfattningsvis har vi konstruerat sex skilda kategorier kring uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. De handlar om förmågan att genom kommunikation finna lämpliga metoder, att kunna använda matematiken som ett verktyg i problemlösning, att ha förmågan att bilda sig en förståelse för problemet för att på så vis hitta lämplig lösningsmetod, förmågan att redovisa sin lösning, att motiverat ta sig an ett problem och som en förmåga att lösa ett problem genom fyra angivna steg. På nästa sida finns en grafisk sammanställning (Figur 1) för en enklare överblick av resultatet. Här visar vi de uppfattningar som respondenterna gett uttryck för samt till vilken kategori av uppfattningar dessa placerats. Kategorierna utgörs av figurens inre cirklar och är desamma som underrubrikerna till detta avsnitt.

Figur 1


Problem lösnings-förmåga
Förmåga att motiverat ta sig an problemet
Viljan att ta sig an ett problem och har förmågan att tänka ett steg längre
Förmågan att använda matematiken utanför matteboken och kunna tillämpa olika matematiska strategier
Förmåga att via kommunikation finna en lämplig metod
En förmåga att lösa problem utan givna tillvägagångs sätt i samspel med andra
Förmågan att kunna välja lämplig metod och redovisa sin lösning, gärna i samspel med andra
Förmåga att kunna använda matematiken som verktyg
En förmåga att kunna lösa problem på olika sätt samt ha förmågan att kunna dra slutsatser
Förmågan att finna lämplig metod för att lösa praktiska problem såväl som teoretiska
Förmåga att förstå problemet
Elever som kan hantera problem som inte är av rutinkaraktär både i matematik och i det vardagliga livet
Eleven kan konkretisera problemen
Förmåga att lösa problem i fyra steg
Det handlar om olika förmågor, att förstå problemet, att kunna välja metod, genomföra beräkningen och sedan återföra svaret på problemet
Förmåga att redovisa sin lösning
förmågan att använda matematiken utanför matteboken och kunna tillämpa olika matematiska strategier

Diskussion

I det här avsnittet diskuterar vi först kring vårt metodval och fortsätter sedan med att diskutera studiens resultat. I resultatdelen väljer vi att diskutera två områden; *Resultatet - uppfattningarna och vetenskapen* samt *Slutsatser och förslag till fortsatt forskning.*

Metoddiskussion

Eftersom studien syftade till att Syftet med studien är att undersöka ett antal matematiklärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga var den kvalitativa metoden bäst lämpad. Det var inte intressant att på något vis beskriva en mängd eller ett antal utan det vi ville åt var de olika uppfattningarna som gick att finna, oavsett hur många. Dock kan vi inte med absolut säkerhet anta att vi funnit alla de variationer som finns bland lärare, utan datainsamlingen har fått begränsas för att passa in i den tidsram som var aktuell. Vi kan dock se att vi funnit variationer som finns bland de åtta lärare som intervjuats. Vi vill även påstå att efter de intervjuer som gjorts framkom att variationerna i lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga avtog, i varje fall i kvalitativ mening. En kvantitativ skillnad i lärares uppfattningar uppstår alltid, hur många man än väljer att intervjua. Alla människor väljer olika ord för att till exempel definiera ett fenomen, men det kan fortfarande ha samma betydelse och på så vis innebära samma definition. Det som är intressant i den här studien är vilka kvalitativa skillnader det finns i själva uppfattningarna. Genom analysen anser vi att vi nått dessa skillnader. Den fenomenografiska analysen innebär ett tolkande av det respondenterna sagt. Här har vi märkt av ytterligare en fördel med att ha varit två i arbetet. De tolkningar en utav oss gjort har hela tiden kunnat kontrolleras av den andre och på så vis säkerställt trovärdigheten. De lärare som deltar i studien har uttryckt att de har upplevt själva intervjusituationen som nyttig. Det är en sak att ta till sig information från styrdokumenten och de material som hör därtill, och en annan sak att reflektera över den informationen i förhållande till sin egen praktik. Vi menar inte att lärare aldrig reflekterar över sin praktik men i den stressade tillvaron som skolan många gånger är ges inte alltid tillfälle att göra detta.

För att på något vis säkerställa att det uppstod variationer i uppfattningar av fenomenet valde vi att få en så stor variation i urvalet av respondenterna som möjligt. Ambitionen var att respondenterna inte skulle komma från samma arbetslag och helst ej heller från samma skola. Risken kunde då varit att de influerats av varandra och på så vis inte bidragit till variation. Vi har även valt ut respondenterna med tanke på typ av lärarexamen samt hur länge de varit verksamma lärare. Vi anser att det kan ha betydelse för hur lärare uppfattar fenomenet, även om det inte är något som är av relevans för den här studien. Poängen var ändå att genom en variation hos respondenterna nå en variation av uppfattningar. Av olika skäl uppnådde vi inte detta fullt ut. På grund av svårigheter med att få respondenter till studien fick vi ändå acceptera att några respondenter ingick i samma arbetslag. I ett fall visade det sig att två respondenter från samma arbetslag på en skola beskrev fenomenet på ett sätt som gjorde att vi placerade deras uppfattningar i samma kategori i resultatet. Vi upplever ändå att resultatet i sin helhet inte påverkats i negativ riktning på grund av det här. Vi har ändå kunnat redovisa sex stycken kvalitativt skilda kategorier av uppfattningar.

Fenomenografi handlar om att upptäcka kvalitativt skilda variationer i uppfattningar av ett begrepp eller ett fenomen, i vårt fall fenomen. Det var efter att vi upptäckt problemlösningsförmåga som fenomen som vi började tänka i banorna kring att använda fenomenografin som analysmetod. Efter att vi läst in oss på den kändes det rätt att använda oss av den. Fenomenografin som analysmetod upplever vi varit bäst lämpad för att kunna få syn på variationerna i lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga och presentera dem på ett trovärdigt sätt.

Efter att ha valt fenomenografi som analysmetod blev också valet av datainsamlingsmetod enklare. För att undersöka lärares uppfattningar av fenomenet behövde vi intervjua dem. Intervjuerna utgick från en intervjuguide där vi plockat ut ett antal centrala teman att ställa frågor kring. För att komma åt uppfattningarna handlade samtliga teman om problemlösningsförmåga men utgick från olika perspektiv. Som exempel utgick ett av temana från ett elevperspektiv där vi bland annat ställt frågor kring elever som visar brister i sin problemlösningsförmåga samt frågor kring bedömning av elevers problemlösningsförmåga. Vår tanke var att ur olika perspektiv och från olika håll ställa nästan samma fråga för att verkligen komma till botten med vad läraren har för uppfattningar. Detta var inte för att vi misstänkte att läraren inte var ärlig, även om så kan ha varit fallet, utan för att vi skulle få en så komplett bild som möjligt kring fenomenet problemlösningsförmåga. Vi får utgå ifrån att det som respondenten säger är det som den menar.

Ytterligare en fördel med att ha spelat in intervjuerna är att vi då har kunnat transkribera dem. Detta känner vi har varit nödvändigt i analysarbetet, dels genom att vi använt det transkriberade materialet i analysarbetet och dels att vi under transkriberingsprocessen kunnat bilda oss en första uppfattning av den enskilda intervjun. Resultatet av studien är en effekt av vår tolkning. Att vi varit två som tolkat kan ha riskerat i att vi tolkat olika och fått kompromissa och därmed uppnått ett resultat som någon av oss egentligen inte vill stå för. Den risken diskuterade vi under analysprocessen och vi är båda överrens om att vi lyckats kringgå den då vi istället för att ha kompromissat vid oenigheter fortsatt analysarbetet tills vi blivit helt överrens.

Resultatdiskussion

Här diskuterar vi först de generella slutsatser vi kan dra och ger förslag på fortsatt forskning. Vidare diskuterar vi kring resultatet samt hur det förhåller sig till de studier som vi redogör för i rapportens tidigare del, *Kunskapsöversikt.* Vi väljer även att föra en diskussion kring de begreppsdefinitioner som presenteras.

Resultatet – uppfattningarna och vetenskapen

Syftet med vår studie var att Syftet med studien är att undersöka ett antal matematiklärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. Vi har i vårt resultat konstruerat sex stycken kvalitativt skilda kategorier kring sättet att uppfatta problemlösningsförmåga. Dessa är *förmåga att via kommunikation finna en lämplig metod, förmåga att kunna använda matematiken som verktyg, förmåga att förstå problemet, förmåga att redovisa sin lösning, förmåga att lösa problem i fyra steg,* samt *förmåga att motiverat ta sig an problem*. Nedan diskuteras dessa kategorier av uppfattningar och ställs i relation till den tidigare forskning vi funnit.

Ett par av de uppfattningar som framkommit lägger fokus på problemlösningsförmåga som en generell förmåga att lösa praktiska problem och kunna använda denna förmåga även utanför matematiken. Dessa uppfattningar framkommer i kategorin *förmåga att kunna använda matematiken som verktyg.* Liknande tankar har även Dewolf m fl.(2011), när de diskuterar sitt resultat. Deras studie visar att elever använder matematik i högre grad när de löser problem i matematikunderundervisningen än vad de gör i liknande sammanhang utanför matematikundervisningen. Matematiken blir ett viktigt verktyg för att lösa problem oavsett vilken kontext problemet presenterar sig i. Att då inte utnyttja matematiken annat än i matematikundervisning kan leda till att elever inte utnyttjar sin fulla potential när det kommer till att lösa problem. Vår uppfattning är att många elever har svårt att koppla det matematiska arbetet med livet utanför klassrummet. Det i sin tur gör att eleven behandlar liknande situationer på skilda sätt, även om strategierna inom och utanför matematikundervisningen skulle kunna vara samma. Ett sätt att utveckla detta hos eleverna borde vara att läraren väljer att föra in matematiken i annan undervisning för att visa på matematikens nytta då eleverna faktiskt kan använda det till något. Andra respondenter uttrycker att problemlösningsförmåga handlar om att vardagsanknyta matematiken. Genom att använda matematiken ämnesöverskridande betyder även detta att eleverna skulle få en större medvetenhet kring matematikens användningsområden. Vår uppfattning är att matematiken går att använda inom alla skolans ämnen. I princip alla problem som uppkommer går att attackera med de matematiska glasögonen. Det gäller att få med eleverna på detta tankesätt. Risken är att det matematiska tänkandet fastnar inom området för ämnet matematik.

En aspekt som framkom är att en lärare tar upp elevens självförtroende som betydelsefullt för problemlösningsförmågan. Det framkom inte som ett sätt att definiera fenomenet, och hamnade således utanför vårt resultat. Vi finner det ändå intressant att diskutera då uppfattningen känns relevant. Detta för att det i vetenskapen bland annat visat sig att självförtroende och problemorienterad undervisning går hand i hand. Maher m fl. (2012) har genomfört en studie där de finner att problemorienterad undervisning stärker elevers självförtroende. Att självförtroendet stärks i sådana sammanhang är inte så konstigt, då den typen av undervisning oftast bygger på att alla ska klara åtminstone någon del, eller hitta en av de flera lösningar som oftast finns att finna. Det är den typen av problem som Taflin (2007) presenterar som ett ”rikt” problem där ett kriterium är att problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att på något sätt ta sig an det. Arbetar man med den här typen av problemorienterad undervisning anser vi att individanpassningen kommer på köpet. Utmaningen i att individanpassa matematikundervisningen är annars stor och kommer vanligtvis till uttryck genom att ge eleverna olika läromedel. Genom det här upplägget tillåts alla elever utveckla sina matematiska färdigheter. Behöver en elev ytterligare utmaningar kan dessa problem oftast omformuleras och utvecklas på ett enkelt sätt för att utmana de elever som befinner sig på en högre nivå av förståelse än vad ursprungsproblemet kräver. Att problem går att lösa på olika sätt är ytterligare någonting vi finner i studien vilket även framkommer av Maher m fl. (2012), Chang m fl. (2012) samt Kattubadi och Murata (2012).

Vi finner även att lärare menar att elever som brister i sin problemlösningsförmåga oftast inte lyckas förstå problemet. En kategori som presenteras i resultatet är just som en *förmåga att förstå problemet.* Dessa respondenter, och även Möllehed (2001), pekar

på textförståelsen och läsförståelsen som möjliga hinder i problemlösningsförfarandet. I intervjuerna frågade vi några respondenter kring följande problematik: om eleven får problemet uppläst för sig men ändå inte förstår problemet, vad kan det vara som brister då? På den frågan fick vi inget tydligt svar, även om några menade att det kan röra sig om kunskaper kring räknesätten. När eleven inte vet vilket räknesätt som bör användas menar vi att det visar på en brist i förståelsen. Vet däremot eleven vilket räknesätt som ska användas men inte lyckas med beräkningen är det istället räkneförmågan som brister, vilket Möllehed (2001), Kotsopoulos och Lee (2012) menar är ytterligare en aspekt av vad som kan brista i problemlösningsförmågan.

Vi finner även i resultatet att en kategori stämmer väl överrens med Polyas (2003) sätt att definiera problemlösningsförmåga. Vi anser att ett sådant förhållningssätt till problemlösning kan hjälpa många elever att klara av att lösa problem. Att arbeta stegvis där varje steg är tydligt formulerat kan säkert vara till stor hjälp för eleverna. Dels för att veta vad som ska göras inledningsvis, dels hur hela förfarandet ska gå till. Det kan också innebära en trygghet för elever som saknar ett visst mått av initiativförmåga som annars kan krävas vid problemlösning. För att läraren lätt ska kunna se om en elev löst ett problem på ett korrekt sätt räcker det egentligen, utifrån den här definitionen, att titta på det svar eleven gett. Är svaret korrekt och dessutom rätt formulerat, till exempel resultatet av en beräkning samt med rätt enhet, visar det att eleven både förstått problemet, valt lämplig strategi, lyckats med sin beräkning och reflekterat över sitt resultat.

Taflin (2007) betonar motivationens betydelse för problemlösningsförmågan. I resultatet beskriver vi en kategori som också understryker motivationens betydelse. Vi ser det som självklart att en elevs prestationer påverkas av i vilken grad eleven är motiverad till det som ska göras. Detta bör inte enbart gälla problemlösning utan allt som eleven kan komma att ställas inför. Är eleven inte motiverad till att ta sig an ett problem kommer förmodligen eleven aldrig fram till någon lösning. Är eleven inte heller motiverad till att läsa en text så lär eleven heller inte göra det, eller åtminstone inte engagerat. Motivation blir således inte unikt för problemlösningsförmågan men det är självklart av betydelse för elevens förmåga att lösa problem.

Slutsatser och förslag till fortsatt forskning

Som vi nämnt tidigare var syftet med den här studien att Syftet med studien är att undersöka ett antal matematiklärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga. I resultatet har vi kunnat urskilja sex stycken kvalitativt skilda kategorier av dessa uppfattningar. Eftersom studien är av kvalitativ art med fenomenografisk analysmetod är dessa kategorier det som vi presenterar som resultat. Efter åtta genomförda och analyserade intervjuer kunde vi konstatera att variationerna i lärares uppfattningar avtog då uppfattningarna började gå in i varandra och därmed inte längre var kvalitativt skilda åt. Fenomenografiska studier samlar egentligen data tills det blir uppenbart att inga fler variationer går att finna. I ljuset av omfattningen på den här studien är det vår uppfattning av de åtta intervjuer vi genomfört varit tillräckligt för att presentera vårt resultat på ett trovärdigt sätt. Under flera av intervjuerna uttryckte respondenterna att de upplevde det som positivt att få reflektera över var de egentligen står någonstans. Risken är att man som lärare, av ibland förklarliga skäl, fastnar i ett sätt att undervisa och tänka kring sitt yrke vilket kan leda till att man slutar reflektera över

och problematisera kring sin syn på elever, kunskap, lärande, matematik och allt annat som hör därtill.

Vilka slutsatser kan vi då dra? Att lärare tolkar och upplever problemlösningsförmåga på olika sätt är inget som vi förvånats över. I vetenskapen som vi presenterar tidigare i rapporten syns flera olika definitioner på fenomenet utan att, vad vi kunnat se, någon av dessa lyfts fram som mer eller mindre korrekt. En av slutsatserna vi drar kring detta är att det kan få konsekvenser för såväl undervisning som betyg och omdömen. Väljer man som lärare att tolka problemlösningsförmåga som en förmåga att fungera bra i grupparbete är det rimligtvis också det som man väljer att ha som underlag för bedömning. Likaså blir det en arbetsform som används vid sådana tillfällen då problemlösning står på schemat. Hur ska den likvärdiga skolan, en skola för alla, förhålla sig till detta? En intressant studie är att undersöka konsekvenserna av dessa skilda förhållningssätt mot elevernas prestationer. Vidare kan man anta att en lärare som lägger fokus på förmågan att enskilt lösa uppgifter i läromedlet för matematik också bedömer den aspekten. Undervisningen formas troligen då också efter den definitionen. Eller, om man som lärare använder mycket praktiska, bildliga lösningar och arbetssätt för att utveckla problemlösningsförmåga kan man anta att de eleverna får mer av den sortens undervisning. Kontentan är ändå att beroende på hur lärare definierar och uppfattar fenomenet problemlösningsförmåga så formas undervisningen och därmed bedömningen därefter. Undervisningen blir i den meningen inte likvärdig men huruvida det finns elever som går miste om en del av utbildningen är inget som vi vill påstå. Däremot kan elever drabbas orättvist när betyg och bedömning bygger på olika underlag beroende på hur man som lärare väljer att tolka fenomenet och vad det innebär för eleven.

Varför har då lärare skilda uppfattningar? Vår hypotes var att lärare i olika åldrar, med olika utbildningsbakgrund som är verksamma i olika årskurser skulle ha färgats av sin vardagspraktik i hur de uppfattar fenomenet. Detta var även anledningen till att vi var noga med att ha så stor spridning vi kunde åstadkomma vad gäller respondenter. Vi tänkte oss även att två kollegor kunde ha färgats av varandra och därför undvek vi även detta i den mån det var möjligt. Resultatet visade ändå att det finns kvalitativt skilda uppfattningar av fenomenet. Är dessa beroende av lärarens ålder? Det skulle kunna vara så att problemlösningsförmåga är ett fenomen som förändrats över tid och varit mer eller mindre framträdande i skolans styrdokument. En lärare med en äldre examen kan ha uppfattningar av fenomenet som idag kan anses föråldrade. Det kan jämföras med hur skolan skiftat fokus från behavioristisk till sociokulturell. Det kan även vara så att uppfattningarna skiftar beroende på i vilken årskurs man som lärare är verksam i. Olika aspekter av problemlösningsförmåga kan lyftas fram som mer eller mindre betydande beroende på var i sin utbildning en elev befinner sig i. I lägre årskurser kan aspekter som matematiska färdigheter ses som viktigare än reflekterande förmåga kring problem. Vi ska redan här åter igen säga att de uppgifter vi tagit på lärarna gällande ålder, antal år i yrket och så vidare, inte är något som följt med i analysprocessen. Studien syftade inte till att ställa de olika uppfattningarna mot lärarnas bakgrund utan de fanns till där endast för variationens skull. Vi vill istället lämna ytterligare ett förslag på fortsatta studier, där det kunde vara intressant att undersöka hur dessa faktorer påverkar lärares uppfattningar av fenomenet problemlösningsförmåga.

Referenslista

Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem: en belysning av barns lärande = [The meeting with mathematical problems] : [an illumination of children's learning]*. Diss. Göteborg: Univ. Göteborg.

Akay, H & Boz, N. (2010). The Effect of Problem Posing Oriented Analyses-II Course on the Attitudes toward Mathematics and Mathematics Self-Efficacy of Elementary Prospective Mathematics Teachers. *Australian Journal of Teacher Education. 35*(1), 59-75.

Bingolbali, E. (2011). Multiple Solutions to Problems in Mathematics Teaching: Do Teachers Really Value Them? *Australian Journal of Teacher Education 36*(1), 18-31.

Chang, K.E., Sung, Y.T., Weng, S.E. & Wu, L. J. (2012). Embedding game-based problem-solving phase into problem-posing system for mathematics learning. *Computers & Education.* 58. 775-786.

Dewolf, T., Van Dooren, W. & Verschaffel, L. (2011). Upper elementary school children's understanding and solution of a quantitative problem inside and outside the mathematics class. *Learning and instruction.* 21. 770-780.

Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning. (2002). Stockholm: Vetenskapsrådet. Tillgänglig på Internet: [http://www.cm.se/webbshop_vr/pdfer/etikreglerhs.pdf]

Kandemir, M. & Gür, H. (2007). Creativity Training in Problem Solving: A Model of Creativity in Mathematics Teacher Education. *New Horizons in Education.* 55(3). 107-122.

Kattubadi, S. & Murata, A. (2012). Grade 3 students' mathematization through modeling: Situation models and solution models with mutlidigit subtraction problem solving. *The Journal of Mathematical Behavior.* 31. 15-28.

Kotsopoulos, D. & Lee, J. (2012). A naturalistic study of executive function and mathematical problem-solving. *The Journal of Mathematical Behavior.* 31. 196-208.

Kvale, S & Brinkmann, S. (2009*). Den kvalitativa forskningsintervjun*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur

Larsson, S. (1986*). Kvalitativ analys: exemplet fenomenografi*. Lund: Studentlitteratur

Maher, C., Mueller, M., Powell, A., Radu, I & Weber, K. (2010). Expanding Participation in Problem Solving in a Diverse Middle School Mathematics Classroom. *Mathematics Education Research Journal.* 22. 91-118.

Möllehed, E. (2001) *Problemlösning i matematik – En studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9.* Malmö : Institutionen för pedagogik, Lärarhögsk.

Pólya, G. (2003). *Problemlösning: en handbok i rationellt tänkande.* Print-on-demand Stockholm: ePan

Regeringskansliet. (2011). *Mattelyftet - 2,6 miljarder ska höja resultaten.* Tillgänglig på internet: http://regeringen.se/sb/d/14059/a/174349 [Hämtad 13-01-18].

Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik: skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll.* Diss. Göteborg : Univ. Göteborg studies in educational sciences. 129.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Soylu, Y. (2010). The Models Used by Elementary School Teachers to Solve Verbal Problems. *Australian Journal of Teacher Education.* 35(4). 25-40.

Taflin, E. (2007) Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande. Tillgänglig på Internet: [http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-1384].

Utbildningsdepartementet. (2011a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. (2011). Stockholm: Skolverket. Tillgänglig på Internet: [http://www.skolverket.se/publikationer?id=2575]

Utbildningsdepartementet. (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik.* Västerås: Edita

Niclas Krantz & Christopher Ljungberg
Högskolan i Skövde
Institutionen för kommunikation och information

Skriftligt avtal – samtycke till medverkan i studie

Syftet med studien är att med en fenomenografisk forskningsansats beskriva och undersöka lärares uppfattningar av begreppet problemlösningsförmåga.

Din uppgift i projektet syftar till att bidra med de uppfattningar du har om begreppet problemlösningsförmåga. Ditt deltagande är helt frivilligt och du kan närsomhelst välja att avbryta din medverkan.

Som medverkande garanteras din anonymitet. Alla identifierbara uppgifter om dig antecknas, lagras och avrapporteras på ett sätt att du ej kan identifieras av utomstående.

Den slutgiltiga produkten (rapporten) kommer att publiceras och vara tillgänglig för allmänheten. Studien sker enkom i vetenskapligt syfte.

Vi har valt att spela in intervjuerna för att på så sätt undgå att gå miste om eventuellt viktig information.

Jag har tagit del av ovanstående information och samtycker till att delta.

Ort och Datum

_____

Underskrift

_____

Intervjuguide

Vad är problemlösningsförmåga?

Kan du ge exempel på en situation där en elev har visat denna förmåga?

Vad hände då?

Vad ska eleverna ha problemlösningsförmågan till? Varför ska de utveckla en sådan förmåga?

Kan du ge exempel på en situation där en elev visat på bristande problemlösningsförmåga?

Vad hände då?

Vad tittar du på när du bedömer en elevs problemlösningsförmåga?

Kan du beskriva någon situation där du själv använt din problemlösningsförmåga?

Vad gjorde du då?

Hur utvecklar man en elevs problemlösningsförmåga på bästa sätt?

Bakgrund

Ålder

År i yrket

Utbildning

Nuvarande årskurs

Erfarenheter