

Matematisk problemlösning i grupp

Lärarytildningen, ht 2007-08-28
Examensarbete, 15 hp
(Avancerad nivå)
Författare: Josefine Jonsson
Eystine Svensson
Handledare: Susanne Klar

Resumé

Arbetets art: Examensarbete i lärarutbildningen, Avancerad nivå, 15hp

Högskolan i Skövde

Titel: Matematisk problemlösning i grupp

Sidantal: 34

Författare: Josefine Jonsson, Evstine Svensson

Handledare: Susanne Klaar

Datum: Januari 2008

Nyckelord: Matematik, problemlösning i grupp, grupsammansättning, förutsättning för lärande.

Den här studien belyser en del utav matematikundervisningen i skolan, vilken är matematisk problemlösning i grupp. Den utforskar lärares och elevers uppfattningar om vilka förutsättningar som krävs för att lärande i grupp skall ske. Vidare studeras vikten av grupsammansättningen när det arbetas med matematisk problemlösning i grupp utifrån ett processinriktat och/eller produktinriktat lärande. Genom observationer av elevgrupper samt intervjuer med eleverna och matematiklärarna har materialet sammanställts och analyserats under tre olika teman: *förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation*, *grupsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation* samt *process kontra produkt*. Dessa teman följer som en röd tråd genom hela arbetet.

Resultatet visar vikten av en bra grupsammansättning gällande problemlösning i matematik. Det framgår att det krävs medvetenhet hos eleverna för att kunna arbeta med matematisk problemlösning i grupp och att eleverna måste få kunskap om vad det innebär att arbeta utefter denna metod. Tidigare har vi sett den kunskapsmässiga nivåindelningen bland elever som viktig, men efter denna studie ser vi att den sociala nivåindelningen är minst lika betydelsefull.

Abstract

Study: Degree project in teacher education, Advanced level, 15 hp

University of Skövde

Title: Mathematical problem solving in groups

Number of pages: 34

Author: Josefine Jonsson, Evstine Svensson

Tutor: Susanne Klaar

Date: January 2008

Keywords: Mathematics, problem solving in groups, group structure, conditions for learning.

This study illuminates one part of the mathematic teaching in school, which is mathematical problem solving in groups. It examines teacher's and student's ideas about what conditions it takes to be able to learn in groups. Further on, it studies the importance of group structure when it comes to working with mathematical problem solving in groups from a process focused and/or a product focused learning. Through observations of student groups and interviews with the students and the mathematic teachers, the material has been compiled and analysed under three different headings: *conditions for learning in a mathematical problem solving situation*, *importance of group structure in a mathematical problem solving situation* and *process versus product*. These headings follow as a main theme throughout the whole work.

The result shows the importance of a good group structure concerning mathematical problem solving. It appears that it takes a lot of awareness from the students to be able to work with mathematical problem solving in groups and that the students must get the knowledge about what it means to work along this method. Earlier, we have seen that the intellectual differences among the students as important, but after this study we can see that the social differences are just as important.

Innehållsförteckning

1 BAKGRUND	1
1.2 Syfte	2
1.3 Frågeställningar.....	2
1.4 Teoretisk bakgrund och tidigare forskning	2
1.4.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	3
1.4.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	5
1.4.3 Process kontra produkt	8
1.4.4 Nackdelar med problemlösning i grupp	9
2 METOD	11
2.1 Metodval	11
2.2 Urval.....	12
2.3 Genomförande.....	12
2.4 Analys	14
2.5 Trovärdighet.....	15
2.6 Forskningsetik.....	15
3 RESULTAT	17
3.1 Gruppbeskrivning.....	17
3.2 Videoobservation	17
3.3 Grupp ett	18
3.3.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	18
3.3.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	19
3.3.3 Process kontra produkt	19
3.4 Grupp två.....	20
3.4.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	20
3.4.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	21
3.4.3 Process kontra produkt	21
3.5 Jämförelse	22
3.5.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	22
3.5.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	23
3.5.3 Process kontra produkt	23
4 DISKUSSION.....	25
4.1 Metoddiskussion	25
4.2 Resultatdiskussion.....	26

4.2.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	26
4.2.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation	28
4.2.3 Process kontra produkt	29
4.3 Fortsatt forskning	31
4.4 Pedagogiska konsekvenser.....	31
4.5 Slutord.....	31
5 REFERENSER.....	33
Bilaga 1	i
Bilaga 2	iii

1 BAKGRUND

Under bakgrunden presenteras varför vi finner studien intressant och varför vi finner ämnet matematik viktigt. Vidare presenteras vårt syfte och de frågeställningar vi arbetat utefter. Bakgrunden avslutas med en teoretisk del där litteratur och tidigare forskning finns med. Vi har tillsammans genomfört och sammanställt studien genom ett nära samarbete.

Matematik är ett viktigt ämne i skolan, och är nödvändigt för att eleverna skall klara av vardagen. Matematiken behövs för att tolka och granska reklam och annan information i samhället. Det är allas demokratiska rättighet att förstå och delta i beslutsfattande processer som gäller t.ex. landets miljö och ekonomi (Skolverket 1997).

Det är även viktigt att vi som lärare kan argumentera för varför matematik är ett viktigt ämne. Det är svårt att bli motiverad om eleverna inte vet varför de behöver lära sig en viss sak. Många, både vuxna och barn, anser att det är ett viktigt ämne men många har svårt att motivera varför det är så. Matematiken spelar en stor roll i dagens samhälle, den bidrar t.ex. till konsten och formgivning (Skolverket 1997). Vi har genom vår VFU¹ fått uppfattningen att många elever tycker att ämnet matematik är ointressant och därför anser vi att ämnet måste göras mer intresseväckande. ”En människa kan inte lära en annan människa någonting!” (Unenge, Sandahl & Wyndhamn 1994, s.9). Eleverna måste vilja lära sig för att lärande skall ske. Vi som lärare måste lära eleverna att själva ta ansvar för sitt lärande, inte bara i matematiken utan i alla ämnen.

Den del av matematiken som denna studie koncentrerar sig på är problemlösning i grupp. Matematisk problemlösning i grupp kan utveckla ett logiskt, systematiskt och strukturerat tänkande hos elever. Detta kan skapa lust till att vilja lära sig. Elever kan få en ”härlig” upplevelse av att hitta en egen lösning på uppgiften, vilket stärker tron på sin förmåga samt ökar självförtroendet (Hagland, Hedrén & Taflin 2005). Genom att självförtroendet ökar kan eleverna lära sig att utveckla sina tankar. Det är en fördel att lära sig att upptäcka samband inom matematik för att lättare klara av vardagslivet. ”Ett av de viktigaste målen för all matematikundervisning är att utveckla elevernas lust och förmåga att lösa problem.” (Ahlström et al. 1996, s.69).

Med matematisk problemlösning i grupp menar vi att eleverna sitter i grupp och tillsammans löser problem, uppgiften skall vara förankrad till verkligheten och relativt svår för gruppen att lösa. Det går med problemlösning i grupp att anpassa uppgifterna

¹ VFU=Verksamhetsförlagd utbildning

utefter elevernas kunskaper. Problemuppgiften skall vara skriven på ett sätt där lösningsmetoden inte är given (Hagland, Hedrén & Taflin 2005).

Vi vill med vår studie ta reda på vilka förutsättningar som lärare och elever anser krävs för att lärande skall ske i en matematisk problemlösningssituation. Vår studie avser också på vad lärarna anser att eleverna lär vid matematisk problemlösning i grupp. Högskolan lär ut till oss lärarstudenter att vi skall använda oss av denna arbetsform och det skall då bli intressant att genomföra en studie inom detta ämne. I LPO 94² står det att eleverna skall kunna knyta an sina kunskaper till vardagen och det anser vi inte att de får göra genom att bara få räkna i läroböckerna. Vi anser idag att problemlösning är en arbetsform som bidrar till lärande hos elever och det skall bli intressant att se hur det uppfattas av elever och lärare ute i skolorna.

1.2 Syfte

Syftet är att genom elevers och lärares resonemang försöka förstå vad de anser krävs för att lärande skall uppstå i en matematisk problemlösningssituation. Studien är inriktad på såväl matematiskt som det sociala och språkliga lärandet. Fokus för studien ligger på elever i årskurs 9 och deras matematiklärare.

1.3 Frågeställningar

- Vilka förutsättningar anser lärare att det krävs för att lärande skall uppstå vid matematisk problemlösning i grupp?
- Vilka förutsättningar anser elever att det krävs för att lärande skall uppstå vid matematisk problemlösning i grupp?

1.4 Teoretisk bakgrund och tidigare forskning

Vi har valt att presentera litteraturen nedan med avseende på syftet under följande rubriker: *förutsättning för lärandet i en matematisk problemlösningssituation, gruppammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation, process kontra produkt samt nackdelar med problemlösning i grupp.*

² LPO 94 står för *Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet*

1.4.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Vi kommer att under detta avsnitt sammanställa olika författares meningar om vad som krävs för att eleverna skall få förståelse för matematiken genom matematisk problemlösning i grupp. Enligt Newton (2003) så har förståelsen för matematiken en stor betydelse för eleven, de bör få kunskap om hur matematikens olika delar kopplas till varandra samt matematikens funktion. Författaren menar vidare att eleverna bör få framställa problemen på olika sätt genom symboler och tabeller, detta bidrar till att de får en ökad förståelse som bidrar till en positiv inställning inom ämnet. För Ryve (2006) är den matematiska förståelsen hos eleven som fem komponenter, den första är *begreppsforståelse* där eleven skall ha kunskap om matematikens olika begrepp. Eleven skall ha kunskap om hur dessa förhåller sig med varandra samt när dessa skall nyttjas. Vid *räknefärdighet*, som är den andra komponenten, skall eleverna besitta kunskaper om vilka metoder som kan användas för att nå lösningen. Den tredje grundläggande delen är elevens *problemlösning förmåga*, eleverna skall kunna formulera egna problem samt representera olika matematiska uppgifter. Fjärde komponenten är *matematiskt-logiskt resonemang* och sista beståndsdel är vikten av elevens *positiva inställning* till matematiken, detta bidrar till att de lättare finner nya kunskaper inom området.

Det är viktigt för elevernas matematiska förståelse att de exempelvis *talar* matematik, och att eleverna gör *anknytningar till verkligheten*. Det är också viktigt att eleverna börjar arbeta med *laborativ* och *konkret* matematik. En förutsättning för att eleverna skall få en ökad förståelse för ämnet är att de får använda sig av *vardagspråk*. Att muntligt få diskutera sina lösningar med övriga klasskamrater ger en ökad förståelse hos eleven. När eleverna diskuterar sina lösningar med övriga klasskamrater uppstår nya tankar, detta frambringar att de utvecklar sitt lärande inom ämnet. När eleverna *reflekterar* över varandras lösningar och *granskar* varandras förslag får eleverna ett stort utbyte av varandra (Ahlström et al. 1996). Även Ryve (2006) menar att eleverna skall kunna diskutera samt *argumentera* för lösningens lämplighet vilket innefattas i den fjärde komponenten som författaren nämner ovan.

Vad det är som krävs för att arbetsformen, matematisk problemlösning i grupp, skall fungera är det som författarna nedan kommer att ta upp. Unenge, Sandahl och Wyndhamn (1994) menar att för att problemlösning skall fungera som en arbetsform måste eleverna *lyssna* och *visa respekt* för sina gruppmedlemmar. Genom att gruppmedlemmarna *redovisar* sina lösningsförslag i gruppen får eleverna nya kunskaper inom ämnet samt att de får förståelse för andra metoder än bara för sin egen. Det är betydelsefullt att lärarna förstår vikten av att *variera* undervisningen, detta för att nå alla elever. Läraren måste *anpassa* undervisningen så att den tar hänsyn till elevens olika behov och förutsättningar. Det är viktigt att uppgifterna innehåller problem som kan uppstå i elevens vardag, skriver Ahlberg (1995). Eleven skall också förstå att matematiken uppstår i vardagen i olika sammanhang. Eleverna skall nå den grad av kunskap inom matematiken att de finner skilda uträkningar för att nå fram till rätt svar.

Elevernas självförtroende stärks enligt Hagland, Hedrén och Taflin (2005) genom att de får *hitta egna vägar* för att nå lösningen och vid *diskussioner* gällande lösningen finner eleven nya vägar för att lösa uppgiften. Vidare menar författarna att elever lär bättre genom att *kritisera* varandras svar och lösningar än att bara diskutera med läraren. Klasskamraterna har inte samma auktoritet som läraren och diskuterar då på en för dem förståelig nivå. Ryve (2006) anser tillsammans med Hagland, Hedrén och Taflin (2005) att problemlösning skall ge eleven färdigheter att klara liknande uppgifter ute i samhället.

Problemlösning bör finnas med i matematikundervisningen därför att eleverna utvecklar sin logiska, systematiska strukturerande, kreativa förmåga samt att de lär sig att tänka självständigt. Genom att arbeta med problemlösning ökar elevernas motivation att finna nya kunskaper inom ämnet. Denna arbetsform bidrar till att eleven får tillit till sin egen förmåga (Hagland, Hedrén & Taflin 2005). Vid arbete med denna arbetsform kan elever få ett ökat självförtroende. Viktigt är att de får en utmaning utifrån sin förmåga för att kunna hantera problemlösning (Mouwits, 2007). Däremot är det vanligt att lärare använder problemlösning på ett felaktigt sätt, genom att låta eleverna för tidigt sitta utan handledning och utforma egna problem vilket bidrar till att de konstruerar problem som de redan kan. Detta bidrar till att eleven inte utvecklas (Löwing & Kilborn, 2002). Att elever lär in av varandra betyder dock inte att läraren har en betydelselös roll för lärandet menar Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Det kommer nedan att framgå vad författarna anser att vi som lärare kan göra för att anpassa de matematiska uppgifterna för alla elever. För att eleverna skall bli skickliga problemlösare bör nivån på uppgifterna höjas utefter elevernas tidigare kunskaper och att svårighetsgraden skall höjas successivt, skriver Löwing och Kilborn (2002). Eleverna skall känna att de kan komma framåt och klara en del av uppgiften, problemet måste också kännas som en *utmaning* för eleverna. Vid problemlösning i grupp skall problemet lösas genom olika *tillvägagångssätt*. Viktigt är även att alla elever skall bidra med någon kunskap menar Hagland, Hedrén och Taflin (2005). Vidare menar författarna att elever som konstruerar egna problem får fördjupade kunskaper inom ämnet, men det krävs att eleven verkligen har förstått matematikens grunder för att själv kunna konstruera ett eget problem. Mouwits (2007) anser att ett problem bör vara utformat så att eleven får utnyttja sina teoretiska kunskaper och använda sig av olika lösningsmetoder. Eleven skall på ett nytt sätt använda sina förmågor, som inte används i vanliga fall, och att elever som har svårigheter med att räkna i läroböcker kan vara duktiga på att lösa problemlösningssuppgifter inom matematik. Unenge, Sandahl och Wyndhamn (1994) säger att det finns barn och ungdomar som har olika svårigheter vad det gäller ämnet matematik och då kan undervisningen inte utformas lika för alla elever utan det krävs variation för att alla elever skall nå lärande. Malmer (1999) menar att de elever som har problem med att läsa och skriva även ofta får problem med matematiken då självförtroendet sviker. Har eleven ett bra ordförråd så ökar förutsättningarna att bli bra inom matematik. Elever som däremot har problem med svenska språket får ofta svårigheter och ett dåligt ordförråd bidrar till att eleven får svårt att söka ny kunskap.

Enligt Vygotsky (Hagland, Hedrén & Taflin 2005) är det viktigt att lärarna kan frambringa en god miljö för elevernas lärande. En lärare kan inte lära ut något till elever om de inte själva vill. Elever lär in när kunskapen ligger i deras närmaste utvecklingszon, enligt Vygotsky, och att lärande sker då eleverna själva får upptäcka eventuella fel. Löwing och Kilborn (2002) skriver att eleverna skall känna sig bekväma till att bli utmanade inom matematik. Problemet som kan uppstå hos eleven vid problemlösning är om språket är för komplicerat. Läraren får då träna upp den språkliga medvetenheten hos eleverna. Det är av stor vikt att inte uppgiften kräver en för hög kunskapsnivå för uträkningen, eleverna skall inte få sämre självförtroende med att arbeta med problemlösning. Vid mer komplicerade problem kräver lösningen flera olika steg, ju fler steg som uppgiften kräver desto svårare blir det för många elever att nå rätt svar.

Problemet bör vara utformat på ett sätt där eleven inte kan ge ett korrekt svar utan att inneha grundläggande matematiska kunskaper samt kunna hantera uppgiften (Löwing & Kilborn 2002). Problemlösningen skall skapa diskussioner i både smågrupper och i hela klassen. Olika lösningsstrategier skall ge eleven färdigheter inom ämnet samt ge en ökad förståelse för matematikens olika begrepp, menar Hagland, Hedrén och Taflin (2005). Enligt Löwing och Kilborn (2002) uppfattas problemlösningar av vissa elever som obehagliga att lösa och det gör det viktigt att läraren väljer ut problemen till eleverna med stor omsorg för att skapa glädje inom ämnet. Problemlösning får aldrig skapa hos eleven en känsla att vara dum eller korkad. Elever i matematiska svårigheter kan enligt Mouwits (2007) träda fram och visa sina skickligheter i matematik när de arbetar med matematisk problemlösning i grupp. De som i vanliga fall kan ha väldigt svårt för ämnet, och de som känner stor press över att arbeta i läroboken, kan genom denna arbetsform lossa på sina blockeringar och visa sina matematiska kunskaper.

1.4.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Ett antal författare kommer nedan att presenteras och deras tankar kring hur grupper bör eller kan sättas samman kommer att diskuteras. Enligt Forsyth (2006) består en grupp av två eller fler personer som på något sätt är sammankopplade med ett socialt samband. Författaren definierar vidare en grupp som ett visst antal personer som kommunicerar med varandra, ofta inom en begränsad tid. Gruppen skall vara så pass *liten* att alla medlemmar kan kommunicera med varandra. Ingen skall behöva kommunicera med någon annan genom andra människor utan kommunikationen skall ske direkt. Enligt Hammar Chiriach och Hempel (2005) kan kommunikationen i gruppen se olika ut beroende på vilka som medverkar i grupparbetet. Sker arbetet endast mellan elever kan samtalet utvecklas på ett sätt, men finns det lärare medverkande så kan diskussionen bli en helt annan. Författarna menar att det gäller att ha detta i åtanke när grupper sätts samman och valet beror på vad du vill ha ut av grupparbetet. Även Forsyth (2006) menar att det finns olika typer av grupper, men den grupp som vi koncentrerar oss på i

detta arbete är en *planned group*, på svenska kan det översättas som planerad grupp. En planerad grupp definieras som en grupp som är avsiktligt sammansatt av gruppmedlemmarna eller av en utomstående auktoritet, ofta är det också för ett specifikt syfte.

För att ny kunskap skall uppstå hos den enskilde individen så måste gruppen bidra med *olika erfarenheter*. Om hela gruppen delar samma åsikter kommer ny kunskap aldrig att utvecklas, menar Piaget (Hammar Chiriac & Hempel 2005). Slavin (Hammar Chiriac & Hempel 2005) däremot menar att det är *diskussionerna* som är det viktigaste för elevernas lärande när de utför grupparbeten. Diskussionerna kan få de elever som av någon anledning har en felaktig bild av något att få ny kunskap. Krittiskt tänkande och argumentationsteknik kan genom diskussionen utvecklas och en kreativitet och en vilja att undersöka vidare kan växa fram hos eleverna. Eleverna lär in ny kunskap genom grupparbete och får tips på lösningsstrategier av sina gruppmedlemmar. Forsyth (2006) skriver vidare att fördelen med grupparbete är att det finns en större informationskälla samt att det är lättare att upptäcka fel tillsammans. En ensam individ kanske har fel, men kan av sin grupp få rätt information och de kan med allas erfarenheter och kunskaper tillsammans komma fram till bättre lösningar. Även Hammar Chiriac och Hempel (2005) beskriver att kunskap utvecklas genom samtal och förståelse. Grupparbete är ett sätt, ett verktyg, att "lära i ett socialt sammanhang". Vidare skriver författarna att *interaktion, diskussion och förmåga att dela med sig* är tre aspekter som utvecklar lärandet vid grupparbeten.

Vi drar nedan paralleller till tidigare pedagoger som Dewey och Vygotsky och försöker reda ut hur de ser på samarbete elever emellan och skolans undervisning. Sundgren (2005) skriver att Dewey menade att människan redan från början är en social individ. Om skolan förstår eleven som en social varelse så måste skolans undervisning bygga på denna teori. För att lärande skall ske hos eleven måste *individ, samhälle* samt *skola samarbeta* och *integrera* med varandra. Vygotsky (Säljö 2005) var av åsikten att skolan är en institution som lär eleverna om verkligheten utanför skolan. Elever måste undervisas utifrån *samhällets perspektiv* och får inte avskiljas från verkligheten, menar Dewey enligt Sundgren (2005). Vidare skriver Sundgren (2005) att enligt Dewey skall skolan fungera som ett "*miniatyrsamhälle*", undervisningen skall av eleverna kunna förankras till verkligheten och skapa logiskt tänkande. Undervisningen bör ske genom *samarbete, aktivitet* samt att eleverna får *resonera* med varandra. Säljö (2000) anser även han att elever lär genom att arbeta i grupp, genom grupparbete får eleverna kunskap om sina kamraters lärdomar och lär på så vis av varandra. Människan lär av *varandras utveckling* och *kunskaper* och utan samspel och lärande av varandra sker ingen utveckling. Människan lär genom kulturella samt sociala kunskaper och upplevelser, samspelet mellan människor medför att individen utvecklar sitt tänkande och lär sig att kommunicera med andra individer. Att lärande sker bäst genom att undervisningen anpassas utefter elevens *utvecklingsnivå*, är tankar som Säljö (2000) själv delar med Vygotsky.

Vid grupparbete strävar eleverna efter att nå samma resultat och hjälps då åt genom diskussioner, eleverna ger och tar från varandra. Att låta eleverna arbeta tillsammans mot ett *gemensamt mål* bidrar till att de presterar mer än när de arbetar individuellt. Det bästa lärandet sker när uppgifterna är komplexa och innehåller många begrepp och då kan eleverna utbyta tankar med varandra och arbeta kreativt (Johnson & Johnson 2003). Grupparbete kanske inte passar för alla undervisningssituationer men forskning visar att elever som löser problem i grupp löser dessa bättre än vad enskilda individer gör, säger Hammar Chiriac och Hempel (2005). Även den enskilde individens prestationer kan efter grupparbete öka. Vidare skriver författarna att de som arbetar i grupp har lättare för att ta hjälp av andra människor när de löser problem, en gemensam problemlösningsförmåga är vad dessa individer strävar efter. Johnson och Johnson (2003) menar vidare att elever måste resonera och vara kritiska mot sina gruppmedlemmar för att utvecklas och eleverna måste nå en högre grad av resonemang med varandra för att lösa uppgiften. Läraren måste kräva att eleverna *tänker kritiskt* samt *analyserar* uppgifterna vid grupparbete, detta för att eleverna skall nå en högre grad av prestation. Författarna menar att det inte går att låta eleverna arbeta i grupp och tro att de skall lära genom själva grupparbetet.

Eleverna skall känna ansvar till att lösa uppgiften, för att göra framsteg. Enligt LPO 94 skall skolan undervisa alla elevers behov samt förutsättningar. Undervisningen skall bygga på elevernas kunskaper samt tidigare erfarenheter, samt att alla elever skall få möjlighet att få ta egna initiativ samt eget ansvar. Kunskap bygger på olika former som till exempel förståelse, fakta, färdighet och förtroende, dessa former samspelar med varandra. Skolans uppdrag är att eleverna känner en social trygghet och finner en lust att lära in nya kunskaper, elevernas lärande skall gynnas samt att de skall få känna tillfredsställelse i att hantera olika svårigheter (LPO 94).

Självförtroendet och den sociala utvecklingen stimuleras av arbete i grupp. Men det finns alltid grupper där det finns en eller flera passiva medlemmar, och det finns de som har lätt för att dominera i gruppen. Du kan alltså aldrig veta om alla elever lär sig något eller utvecklas av grupparbetet. Det krävs att eleverna är *motiverade* till grupparbete, annars kommer ett givande samarbete aldrig att uppstå. Finns det inte ett gott klimat i gruppen kommer dess resultat att visa sig vara sämre. Det är viktigt att alla medlemmar *känner ansvar* för gruppen och delar ett *intresse* för den kunskap de kan tilldela varandra, de måste ha ett gemensamt mål att sträva mot och alla måste hjälpas åt för att det skall nås med ett bra resultat (Hammar Chiriac & Hempel 2005). Mål att sträva mot är att eleverna känner en lust i att lära samt utvecklar sin egen förmåga att respektera sina klasskamrater och deras åsikter. Vidare skall skolan bidra till att eleverna lär sig arbeta självständigt och i grupp (LPO 94).

1.4.3 Process kontra produkt

Hur bör man arbeta med matematisk problemlösning i grupp? Skall det ses som en metod som strävar efter produkten eller är det processen fram till lösningen som är det viktiga? Varför skall man arbeta med problemlösning i grupp är också en fråga som kommer att diskuteras nedan.

Det är många elever som endast vill nå ett rätt svar vid matematisk problemlösning i grupp och de ser inte hur viktigt det är att ha kunskap i matematik för att klara vardagslivet. För att få kunskap om att tolka olika texter samt att kunna utvecklas till att tänka kritiskt samt analysera det lästa bör eleverna arbeta med problemlösning (Malmer 1999). På en skola där Thunholm (2004) arbetar har lärarna förändrat sin matematikundervisning i matematik från att eleverna förut arbetade med räkning i matematikböckerna till att nu istället arbeta med problemlösning. Detta har resulterat i att lektionerna innehåller mycket diskussioner istället för att eleverna tyst sitter och räknar i var sin bok. Matematikundervisningen på Thunholms (2004) skola bygger på *öppna frågor* samt en *verklighetsförankrad* undervisning. Eleverna får en förståelse för ämnet istället för att lära sig utantill, själva *processen* har en stor betydelse vid problemlösning istället för produkten. Malmer (1999) menar också att eleverna skall arbeta *kreativt* med sina uppgifter och att de skall diskutera samt argumentera för sina kunskaper med de övriga gruppmedlemmarna. Författaren skriver vidare att eleverna skall lära sig att behärska olika strategier för att lösa de olika uppgifterna och känna sig bekväma med dessa. Kursplanen i matematik styrker författarnas åsikter ovan genom att ta upp att eleverna skall kunna *formulera sig* och använda matematikens olika *uttrycksformer* samt att undervisningen skall skapa glädje och motivation. Eleverna skall få kunskap om att lösa och förstå matematiska problem. Vidare mål enligt kursplanen i matematik är att eleven skall utveckla ett intresse inom ämnet samt känna tilltro till sin egen förmåga. De skall klara av att använda matematiken i olika situationer.

Thunholm (2004) menar att när eleverna går i femte klass skall de hantera problemlösning i grupp där varje grupp inkluderar tre till fyra elever. Varje gruppmedlem har även en uppgift där en av uppgifterna är att hålla ordning på tiden. Grupperna delas in efter elevernas kunskaper i matematik och även efter hur de fungerar tillsammans socialt, men enligt författaren lär sig eleverna allra bäst genom att grupperna sammansätts utefter deras kunskaper i matematik. Detta medför att eleverna känner sig trygga och bekväma. Känner sig eleven bekväm i gruppen så resulterar det i att alla blir öppna för att hämta in nya kunskaper.

Vi kommer i detta stycke att föra fram vilka fördelar det för med sig när eleverna arbetar med problemlösning i grupp. Stensmo (1997) hänvisar till Johnson och Johnson (1979) att eleverna får en chans att genom grupparbete hjälpa varandra samt att de lär sig lyssna på varandra. Genom denna arbetsform arbetar inte eleverna mot varandra utan alla strävar mot samma mål och hjälps då åt för att lösa uppgiften. Grupparbete skapar en ökad motivation i jämförelse med att arbeta individuellt, som bygger på

konkurrens och att det bara är de ämnesstarka eleverna som blir motiverade till att arbeta. De ämnessvaga eleverna förblir omotiverade. Genom matematisk problemlösning i grupp ges eleverna möjlighet till ett ökat självförtroende. Även Thunholm (2004) ser att problemlösning i grupp skapar ett ökat självförtroende hos eleven, där problemlösningen även skall få hela gruppen engagerad. Att låta eleverna presentera sina lösningar inför klassen och redovisa sina svar så att läraren tydligt kan visa alla grupperns olikheter i lösningarna medför att eleverna skall reflektera över de olika lösningsförslagen. Eleverna visar ett intresse för att se sina klasskamraters tankar och tar till sig dessa på ett bättre sätt än när läraren själv visar sina olika lösningsstrategier. Eleverna får insyn i hur deras kamrater tänker och på så sätt lär de av varandra. Stensmo (1997) hänvisar återigen till Johnson och Johnson (1979) och menar att grupparbete ger eleverna en större social kompetens som bidrar till en positiv syn både på sina kamrater och på sin lärare, de presterar högre än vid uppgifter som bygger på konkurrens och lär sig att sätta sig in i hur andra tänker samt resonerar. Elever som misslyckas med uppgifter som bygger på konkurrens får ett sämre självförtroende. Enligt författaren resulterar samarbete i en bättre självkänsla hos eleven.

Vi avslutar detta avsnitt med att beskriva ett fåtal av de mål som läroplan och kursplanen för matematik tar upp. Mål med att arbeta med problemlösning är att eleven skall klara av det *vuxna livet* ute i samhället vilket även står tydligt i kursplanen för matematik (Malmer 1999). Även kursplanen för matematik säger att skolan skall ge eleverna den kunskap som krävs för att senare klara sig ute i samhället, de skall nå ett *livslångt lärande*. Även i LPO 94 beskrivs att eleverna skall ha kunskaper om den grundläggande matematiken och kunna använda sig av denna ute i samhället.

1.4.4 Nackdelar med problemlösning i grupp

Det finns svårigheter med de flesta metoder och arbetsformer. Vi kommer att föra fram några författarens tankar om svårigheterna med att arbeta med matematisk problemlösning i grupp.

Löwing och Kilborn (2002) beskriver vissa svårigheter med att lösa uppgifter gällande problemlösning. Det finns internationella grupper som forskar inom problemlösning men dessa forskar kring hur de ämnesstarka eleverna löser uppgifterna samt vilka lösningsmetoder som de använder. Det forskas däremot inte kring de ämnessvaga elevernas strategier för att lösa problem. Författarna anser att denna forskning bara gynnar de ämnesstarka eleverna och det var nog inte detta som var målet med att införa problemlösning i Lgr 80. Forsyth (2006) beskriver en svårighet som kan uppstå vid grupparbete. En grupp som har *meningsskiljaktigheter* kan sakna den sammanhållningen som ibland krävs för att nå sitt mål. Ahlberg (1995) beskriver däremot att vid problemlösningar som är knutna till vardagen kan eleverna bli mer fokuserade på vissa detaljer än på själva matematiska innehållet och fokus försvinner från att reflektera över lösningen. Eleverna måste lära sig att se det som är av vikt vid problemlösningen annars utvecklas inte deras matematiska tänkande.

Stensmo (1997) hänvisar till Arfwedson och Arfwedson (1981) som skriver om de dilemman som kan uppkomma. En nackdel är de situationer då inte alla elever är engagerade i uppgiften. Författarna menar att det finns de som slinker undan och *glider* på sina klasskamrater. Ett annat problem som kan uppstå är de elever som bara vill arbeta på sitt eget sätt och inte kan tänka sig att *kompromissa*, detta fenomen kan resultera i att vissa gruppmedlemmar blir utelämnade och inte blir delaktiga i uppgiften. Det kan även inom grupperna bildas en viss *statusordning* där de eleverna med mindre status får mindre inflytande. Vissa elever har mer kamratstatus än andra, de med högre kamratstatus får automatiskt mer plats i gruppen. Det är enligt Löwing och Kilborn (2002) viktigt att lärarna inte skapar svårigheter för de elever som är i behov av att få lära sig problemlösning. Dessa elever behöver extra stöd i undervisningen och inte alltför stora utmaningar som kan bidra till ett svagare självförtroende.

Elever som läser mycket och är duktiga i skolan *styr* automatiskt gruppen. De elever som har hög läsförmåga kan leda gruppen fel eftersom problemet som skall lösas inte har med kunskap inom läsning att göra. Det kan finnas en gruppmedlem med större kompetens inom det givna problemområdet än den elev som har kompetens inom läsning men får inte chansen att visa sina färdigheter inom ämnet (Löwing & Kilborn 2002). Författarna menar även att elever med hög status anses som mer kompetenta än de med låg status, detta är en förutfattad mening hos många elever. För att grupparbete skall fungera krävs det mycket träning. Eleverna vet inte hur det skall genomföras eller vilka regler som gäller om de inte får givna instruktioner (Stensmo 1997). Enligt Sjödin (1991) skall de problem som eleverna får innehålla flera lösningsförslag för att lärande skall ske. Författaren menar att den elev som har mest kunskaper inom ämnet löser uppgiften, de övriga gruppmedlemmarna anser att hela gruppen har bidragit till att nå rätt svar. Detta fenomen blir vanligare ju större sammansättningen är, många gruppmedlemmar anstränger sig inte för att lösa uppgiften utan är beroende av den enskilde problemlösaren. Problem med liknande situationer är att läraren tror sig att gruppen är bra problemlösare fast det egentligen bara är en elev som är kompetent problemlösare. En nackdel kan även vara att de elever som är svaga inom ämnet *bromsar* de ämnesstarka eleverna då de får vänta med att arbeta vidare med nästa uppgift tills alla är klara. Uppgifter som bara har ett svar bidrar till att gruppmedlemmarna litar på den elev som har mest ämneskunskaper och detta hämmar elevernas utveckling och lärande. Vid uppgifter som har flera svar blir däremot alla gruppmedlemmar aktiva och diskuterar fram till en lösning (Sjödin 1991). En slutsats som författaren drar är att det är de ämnesstarka eleverna som får ut mest av att arbeta i nivåanpassade grupper.

2 METOD

Nedan redovisas *metodval, urval, genomförande, analys, trovärdighet* samt *forskningsetik*.

2.1 Metodval

Vår studie är kvalitativ, vilket enligt Barbosa da Silvia och Wahlberg (1994) kopplas samman med värde, egenskaper, motiv, innebörd, handlingar samt beteenden. Den kvalitativa studien relateras även till upplevelser. Dessa upplevelser går inte att mäta genom kvantitet. Vi har använt oss av denna metod då vi har koncentrerat oss på egenskaper samt karaktären av det studerande. Metoder som vanligtvis används vid denna studiekaraktär är observationer samt kvalitativa intervjuer. Studien bygger på intervjuer samt videoobservation för att få svar på vårt syfte. Vi har valt att intervjua tio personer, två lärare och åtta elever. Vi valde att intervjua sammanlagt tio personer för att få kvalitet i studien då vi kan studera intervjuerna grundligt. Vår insamlade data innehåller intervjuer samt observationer i enlighet med den kvalitativa metoden. Vi beskriver våra tolkningar om det sedda ur vår observation. En kvalitativ studie ger en grov uppskattning av det studerade området. Resultatet skall ge oss en mer utförlig förståelse gällande matematisk problemlösning i grupp.

Bell (2000) skriver om svårigheterna med observation, det krävs att man behärskar metoden för att få ut så mycket som möjligt utav den. Hon skriver vidare om hur bra den är för att verkligen få reda på gruppens erfarenheter som ibland är svåra att få fram med hjälp av andra metoder. Känner du gruppen kan du lätt missa hur människorna runt dig beter sig, men som en observatör som inte känner gruppen kan du med *nya* ögon se på gruppen och uppfatta andra erfarenheter. Studien bygger därför på både intervjuer samt observationer för att vi skall få svar på vårt syfte. Att vi genomför gemensamma observationer är bra då två personer kan uppfatta olika delar av observationen på olika sätt. Vi kan efter en genomförd observation jämföra våra svar och analysera fram relevanta svar på våra forskningsfrågor, detta gäller även intervjuerna. Det är också viktigt att vara medveten om de förutfattade meningar och fördomar man kan ha, menar Bell (2000).

Videokameran är ett bra hjälpmedel vid observationer då både kroppsspråk och tonfallet i diskussionerna dokumenteras. Vi har varit oroliga för att eleverna skall känna sig obekväma under inspelning, men författaren Wehner-Godée (2000) upplever att

personer som blir filmade glömmet kameran efter ett tag. Nackdelen med observationer är att de tar lång tid. Fördelen med observationer med videokamera är att vi noggrant kan analysera elevernas resonemang kring uppgiften, samt se hur eleverna är samspelade med varandra. Intervjuerna gav oss informationen om vad lärarna anser vad eleverna lär av varandra genom matematisk problemlösning i grupp. Muntliga intervjuer ger oss en större möjlighet att ställa följdfrågor, detta kan bidra till utförligare svar än vid skriftlig intervju. Bell (2000) menar att det lätt kan ställas ledande frågor vid muntliga intervjuer vilket kan påverka svaren och resultatet, vi har tagit hänsyn till det och försökt ställa icke-ledande frågor för ett mer rättvisande resultat.

2.2 Urval

Skolan där vi genomförde observationer och intervjuer ligger i en medelstor stad i Västra Götaland. Vi har fått kontakt med en av lärarna under vår studietid på högskolan, han i sin tur tog kontakt med en annan matematiklärare i årskurs 9. De två utvalda lärarna arbetar mycket med problemlösning i matematik vilket var ett krav för deltagande i vår studie. Matematiklärarna för varje klass valde ut elevgrupperna. Vi uttryckte önskemål om att eleverna skulle ha liknande möjligheter att diskutera matematiska frågor, och de båda grupperna valdes av lärarna ut utifrån två skilda strategier. Den ena läraren hade i ett tidigare skede planerat vilka elever som skulle delta och den andra läraren valde mer slumpvis ut elever i stunden, detta framgick genom intervjuerna.

De intervjuade lärarna bestod av två män i olika åldrar, den ena läraren har arbetat inom läraryrket i 30 år medan den andra har jobbat betydligt färre år. De två elevgrupperna bestod av lika många pojkar som flickor, detta ingick inte i vår önskan utan blev ett resultat av lärarnas urval. Vi valde att intervju två lärare och åtta elever för att kunna gå djupare på deras svar i förhållande till varandra samt förhållandet till matematisk problemlösning i grupp. Varje grupp bestod av fyra elever vilka alla kom från samma klass, och lärarna vi intervjuade var matematiklärare för vardera grupp, detta för att se likheter och skillnader mellan elever och lärarnas syn på matematisk problemlösning i grupp. Båda lärarna valde ut respektive elevgrupp.

2.3 Genomförande

Båda lärarna fick innan vi besökte skolan informationen om att de skulle välja ut fyra elever som vid observationen skulle lösa en matematisk problemlösning i grupp. Lärarna fick kunskap om uppgiftens karaktär då vi mejlade uppgiften veckan innan vårt besök (se bilaga 2). Vi valde ett problem som kan kopplas till vardagen, uppgiften går

att lösa på flera olika sätt och kan skapa många diskussioner inom elevgruppen. Vi ansåg inte denna uppgift som för svår då det går att använda konkret material för att nå lösningen och problemet blir lättare att lösa om eleverna genomför uträkningen med hjälp av olika ritningar. Uppgiften godkändes av lärarna eftersom vi ville få bekräftat att det var en uppgift som eleverna i årskurs nio kunde hantera. Båda lärarna fick informationen om vad intervjuerna skulle innehålla genom att vi skickade dem vårt syfte. Intervju- och observationsrum valdes ut av de båda lärarna, detta för att lärarna visste vilka rum som var lediga och vilka som fanns i nära anslutning till de ordinarie klassrummen. Vi överlämnade ansvaret till lärarna att bestämma tid och plats för genomförandet av deras intervjuer, dels för att de skulle känna sig delaktiga, dels för att platsen de väljer förhoppningsvis är bekväm.

Vi presenterade oss för hela första observations- och intervjugruppens klass. Vi förklarade vilka vi var och varför vi var där. Läraren hade innan valt ut fyra elever som skulle följa med oss ut till ett annat rum. Vi genomförde observationen för den första gruppen i ett klassrum i nära anslutning till det ordinarie klassrummet. Vi började inspelningen med att vi introducerade matematikuppgiften (se bilaga 2) medan kameran var på för att de skulle se att vi var bekväma med situationen, med förhoppning om att eleverna skulle känna detsamma. Eleverna fick i grupp lösa en matematisk uppgift som var verklighetsförankrad och gruppen observerades i mindre grupper om fyra personer. Vi var båda med på observationerna och vi tog ut en grupp i taget för observation, observationerna skedde enskilt för att få en noggrann undersökning.

Vi gjorde en ommöblering i klassrummet så de fyra eleverna satt mittemot varandra vid observationen, dels för att de lättare skulle få möjlighet att diskutera uppgiften samt att de skulle ha samma chans att läsa uppgiften som de fick på ett Lösblad. Läraren var inte närvarande under observationen och elevintervjuerna. I samma lokal genomförde vi även de enskilda intervjuerna med eleverna, varje elevintervju varade ungefär tio minuter. Vi bad alla att vänta utanför medan vi tog in en och en i klassrummet. Lärarintervjun genomfördes i anslutning till personalrummet, direkt efter att vi hade avslutat med elevgruppen. Det var ett litet rum med tre fåtöljer vilket gjorde intervjun bekväm och avslappnad, dock blev vi abrupt avbrutna vilket gjorde att intervjun avslutades tidigare än önskat. Vi ansåg oss trots omständigheterna färdig med intervjun, vilket var tur då läraren dessvärre inte hade möjlighet att fortsätta intervjun senare då han var upptagen med annan lektion. Lärarintervjun varade i ungefär tjugo minuter.

Andra gruppen av elever fick vi inskickade till oss där vi satt i ett litet datorrum, det var fyra elever som denna lärare hade valt ut. Vi genomförde observation och intervjuer av eleverna på liknande sätt som första gruppen, i detta rum var det ett stort ovalt bord med plats för 12 personer. Eleverna satt på rad bredvid varandra vilket inte gav alla samma chans att läsa uppgiften, det var mycket liv och rörelse runt omkring detta datorrum vilket gjorde det svårt att koncentrera sig helt på intervjun. Vi bad även vid denna intervju alla elever att vänta utanför medan vi tog in en och en i klassrummet. Varje elevintervju varade i ungefär tio minuter. Läraren var inte heller under denna

observation och intervjuer närvarande i rummet. Den andra lärarintervjun genomfördes i detta rum och även vid denna intervju blev vi störda och avbrutna av omgivningen. Med omgivning menar vi de elever och lärare som fanns runtomkring det rum där intervjuerna genomfördes. Vi hade tyvärr inte möjlighet att välja ut något annat rum då det inte fanns några tillgängliga. Även denna lärarintervju varade i cirka tjugo minuter.

Vi valde att genomföra alla intervjuerna med diktafon då vi ville få med röstläge samt att vi inte ville förlora viktigt information. Intervjufrågorna (se bilaga 1) hade vi med oss vid intervjuerna och under intervjuens gång ställde vi även vid behov följdfrågor.

2.4 Analys

Vi har valt att dela upp lärarnas samt elevgruppernas resultat för sig. Vi har även valt att jämföra elevernas resultat med deras intervjuade lärares åsikter, detta för att lättare kunna åskådliggöra en jämförelse mellan elevernas och deras lärares åsikter. En jämförelse mellan de båda grupperna har även analyserats fram i slutet av resultatet. Efter genomförda intervjuer satte vi oss ner och transkriberade materialet. Då vi använde en diktafon kunde vi få in ljudfilerna i datorn vilket gjorde att vi kunde bearbeta allt material där. Vi gav alla elever och lärare fiktiva namn för att skydda deras identitet samt för att göra det tydligt för oss när vi sedan skulle analysera materialet. Vid transkriberingen använde vi olika färger på grupperna för att åskådliggöra vilka som hörde samman. När vi började med analysen delade vi upp materialet så att de fyra eleverna och deras lärare bildade en grupp, denna grupp analyserades för sig för att sedan jämföras med den andra gruppen. Vi namngav olika teman i resultatet, dessa namngavs under analysarbetet. Under dessa teman sorterade vi in vårt material utefter likheter och skillnader i de olika gruppernas svar, dessa har noga studerats och en jämförelse har gjorts. De teman vi har idag växte fram ur analysen genom materialet ur intervjuerna samt observationerna.

Observationer genomfördes av två elevgrupper, varje grupp innehöll fyra elever. Observationerna har noga studerats och har också analyserats utifrån resultatets rubriker. De två observationerna har jämförts mot varandra samt mot intervjuerna.

Vi har tidigare beskrivit att de båda lärarna sammanställde elevgrupperna, lärarna hade samma förutsättningar vid valet av sina grupper. Vid vår analys av materialet visade det sig vara stora skillnader mellan de båda grupperna på flera olika sätt. Vi fann då att gruppammansättningen var intressant att studera förutom lärandet, vilket från början var vårt huvudsyfte. Med lärande menar vi vad elever lär vid matematisk problemlösning i grupp.

2.5 Trovärdighet

Vi är medvetna om att en viss skevhet kan uppkomma, speciellt om vi har starka åsikter om ämnet och frågor måste ställas neutralt för att inte påverka personerna som medverkar i undersökningen. Med neutralt menar vi att vi som intervjuare inte uttrycker våra åsikter kring ämnet, vi vill varken påverka elever eller lärare på ett positivt eller negativt sätt. När eleverna löste sina gruppuppgifter tog vi lite avstånd för att bara lyssna och observera. När vi presenterade uppgiften höll vi en så neutral ställning vi kunde till problemlösning (Bell 2000). Intervjuerna och observationerna genomfördes i en livlig miljö vilket kan ha påverkat resultatet, en viss skevhet kan ha uppkommit i samband med dessa störningar. Enligt Einarsson och Hammar Chiriak (2002) kan forskarna påverkas av olika faktorer. En faktor kan vara där forskaren tolkar olika situationer från tidigare erfarenheter, en annan påverkan kan vara när forskaren har förutfattade meningar från tidigare erfarenheter och kan då lyfta fram det de vill se. Det som strider mot forskarens förväntningar kan då filtreras bort. Vi anser inte att skevhet har uppkommit då vi inte har ställt ledande frågor samt inte har vare sig förutfattade meningar eller starka åsikter kring ämnet. Vid observationerna samt intervjuerna fann sig både lärare och elever snabbt tillrätta igen vid dessa störningar.

2.6 Forskningsetik

Det finns inom forskningen fyra huvudkrav och de är samtyckes-, informations-, nyttjande-, och konfidentialitetskravet (Einarsson & Hammar Chiriak 2002). Vid konfidentialitetskravet gäller det att forskarna inte utsätter de som observeras för obehag, forskningen får inte ge några negativa konsekvenser för de personer som deltar. Med informationskravet menas att observatörerna bör informera de som skall delta om de villkoren som gäller samt att få information om uppgiftens karaktär. De personer som skall observeras och intervjuas skall även få information om att det är frivilligt att ställa upp och att de kan dra sig ur när de så önskar samt att resultatet bara kommer att användas vid forskningen, de skall även få reda på var forskningen kommer att offentliggöras. Vi informerade eleverna om att de när som helst kan avbryta observationen om de på något sätt känner sig illa till mods. Vi strävade självklart mot att detta inte skulle uppstå. Det är också viktigt att vi inte tvingade någon till att vara med i undersökningen.

Gällande samtyckeskravet, enligt (Einarsson & Hammar Chiriak 2002), så bör forskaren hämta in samtycke av deltagarens medgivande om att bli observerad, de personer som observeras skall själva bestämma hur länge de vill närvara och har rätt att avbryta när som helst. Om en person väljer att avbryta observationen så kan det tidigare inspelade materialet behållas efter överenskommelse med den observerade. Om observationen gäller personer under 15 år gäller intygelse från vårdnadshavare. Vi frågade elevernas

vårdnadshavare om lov då eleverna är under 15 år. Eleverna som deltog i observationerna fick information om syftet med studien samt löfte om att få tillgång till det färdiga materialet om så önskas. Bell (2000) skriver att det är viktigt att försökspersonerna genomför intervjuer etc. av egen fri vilja. Föräldrar och elever fick information om vår studie under ett föräldramöte så att de hade möjlighet att avböja om de så ville, det kunde finnas en risk att eleverna inte lämnar hem brev där vi frågar om tillåtelse om att genomföra observationer och intervjuer. Under detta föräldramöte så gav föräldrarna ett godkännande till respektive lärare om att vi fick intervjua samt observera deras barn. Detta kunde bli ett problem för oss då det kunde bli ett eventuellt bortfall. För att minska bortfallet meddelade lärarna alla föräldrarna i klassen och efter svar från föräldrar och elever sammansatte respektive lärare ut elevgrupperna. På detta sätt minskade vi risken för att just den elev vi valt ut inte kunde medverka. Vi vet däremot inte om de båda lärarna frågade fler elever än de fyra som blev utvalda då vi inte var involverade i urvalet av elever.

Med nyttjandekravet menas att det material som producerats bara får användas till forskningen och inte användas i andra syften (Einarsson & Hammar Chiriac 2002). Allt vårt material förvaras på ett ställe där ingen annan har tillgång till det, detta för att personerna som observerats inte skall kunna identifieras. Vi valde att upplysa de som observerats om att vi använder fiktiva namn gällande skola och elever.

3 RESULTAT

Resultatet är tematiserat utifrån lärares och elevers resonemang kring förutsättningar för lärandet, därefter följer resonemang kring analysen av grupsammansättningens betydelse samt de olika diskussionerna kring process kontra produkt. Utöver det som lärare och elever sagt vid intervjuer bygger resultatet på observationsanalyser. En kort beskrivning av de båda fallen presenteras nedan följt av en redogörelse för vad som sker i observationsvideon. Resultatet delas upp så redovisningen sker gruppvis. Vi kallar grupperna för *grupp ett* och *grupp två*. En grupp består av en lärare, fyra elever samt en observationsvideo över de fyra eleverna. Som en avslutning av resultatet kommer en jämförelse av de båda grupperna att göras.

3.1 Gruppbeskrivning

Grupperna sattes samman utifrån två skilda sätt att tänka. Elevgrupp ett sattes samman utifrån en tidigare planering av läraren (Håkan), detta förklarade läraren för oss innan vi började med intervjuerna. Elevgrupp två sattes samman i stunden och mer slumpmässigt, vilket läraren (David) informerade oss om under intervjun. Elever och lärare i grupp ett arbetar mycket med matematisk problemlösning i grupp och känner till metoden väl. Enligt läraren i grupp två så arbetar eleverna med matematisk problemlösning i grupp cirka 50 procent av lektionstiden, men enligt elevgruppen så arbetar de med denna metod väldigt sällan. Vi har namngett eleverna i grupp ett med bokstäverna A-D, medan elevgrupp två har namngetts med siffrorna 1-4, detta för att lättare kunna föra en diskussion kring eleverna.

3.2 Videoobservation

Elevgrupp ett börjar med att läsa upp problemlösningssuppgiften högt tillsammans. Efter bara en kort stund tar en av eleverna upp pennan och börjar skriva förslag på lösningsstrategier. De löste uppgiften tillsammans och alla kom med förslag på hur uppgiften kunde lösas. Det finns två elever (A, B) som är mer styrande än de andra, men trots det så låter de alla tala och få fram sina åsikter. Pojken (A) visar frustration över att inte komma fram till en lösning snabbt nog, medan den andra flickan (B) hela tiden skriver ner nya lösningsförslag. De två andra eleverna, flicka (C) och pojke (D), pratade mindre ofta än de andra två, men de var ändå en del av gruppen och sa många viktiga

saker som bidrog till lösningen. Elevgrupp ett kom aldrig fram till det rätta svaret, men de hade ett bra samarbete i gruppen.

När elevgrupp två får uppgiften börjar de med att läsa tyst var för sig. Den ena pojken (1) i gruppen börjar förklara för de andra hur det ligger till och hur uppgiften skall lösas. Han avbryter några av de andra när de försöker föra fram sin åsikt. När flickorna (3, 4) i gruppen inte förstår och kräver en förklaring blir han frustrerad över att de inte förstår. Den andra pojken (2) strukturerar upp arbetet och skriver ner lösningen på pappret. Flickorna (3, 4) är ointresserade och verkar inte förstå uppgiften. Den andra pojken (2) i gruppen gör ett nytt försök att förklara lösningen, men blir också avbruten av den andra pojken (1). Flicka (4) berättar för gruppen att hon inte förstår och det syns på henne att hon inte har förstått genom hennes uppgivna kroppsspråk. Den andra flickan (3) säger bara några ord under problemlösningssituationen. Deltagarna i gruppen löser inte uppgiften tillsammans utan en av eleverna löser uppgiften så de kom fram till rätt svar.

3.3 Grupp ett

Nedan följer en redogörelse för de resonemang som lärare och elevgrupp ett för. Resultatet redovisas utifrån de tre rubrikerna; *förutsättningar för lärande*, *gruppsammansättningens betydelse för lärandet* samt *process kontra produkt*.

3.3.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Håkan menar att en förutsättning för lärande är att alla elever *klarar av* att lösa problemet samt att uppgiften ger eleverna möjlighet att använda sig av olika Lösningstrategier. Vidare anser han att om eleverna får möjlighet att se olika Lösningstrategier samt se strategiernas likheter och skillnader så ökar elevernas förmåga att tänka matematik. Det är också viktigt att det sker ett *meningsutbyte* mellan eleverna i gruppen för att lärande skall ske. Problemuppgifterna måste vara *relevanta* i undervisningen, problemen skall alltså väljas efter det aktuella arbetsområdet. Enligt Håkan skall matematisk problemlösning i grupp bidra till att eleven får ökad taluppfattning. När eleverna konstruerar sina egna problem så kan de arbeta utefter sin egen förmåga och på så vis individanpassas undervisningen. Eftersom lektionerna individanpassas så får eleverna ut maximalt av undervisningen. Han säger att han även får kunskap om elevernas matematiska förståelse genom att låta dem konstruera egna problem, just för att det krävs en viss matematisk *förståelse* vid sammansättning av en uppgift. När eleverna arbetar gruppvis så skapas ett större engagemang hos eleven. De lär sig även att *lyssna* på varandra samt att de lär sig att respektera varandras åsikter. Vidare säger han att de lär sig mer om ämnet matematik vid matematisk problemlösning i grupp.

Eleverna i Håkans klass anser att *diskussioner* och en *aktiv grupp* är en förutsättning för att lärande skall ske, samt att alla måste bidra med sina egna tankar. Eleverna anser att *tänkandet* har en stor roll för lärandet. De ser det *sociala samarbetet* som viktigt och att det är till största delen det som de lär sig genom matematisk problemlösning i grupp. Elev (B) i gruppen anser att han genom detta arbetssätt utvecklar sitt matematiska tänkande.

Under observationen såg vi att alla eleverna bidrog med sina egna tankar och resonerar och argumenterar för sina åsikter. Det var en uppgift som eleverna förstod vilket bidrog till att de började arbeta med att finna en lösning på en gång. Eleverna sa under intervjun att de fann det sociala samarbetet viktigt vilket syntes under observationen.

3.3.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Att *nivåanpassa* grupperna efter elevernas ämneskunskaper, menar Håkan är viktigt. Genom att göra det förhindras det att någon elev i gruppen inte kan "hänga" med i de andras tempo. Han säger vidare att han ofta sätter eleverna i grupper om två, då blir ingen elev "anonym". Att lägga ner *tid* på gruppsammansättningen tycker Håkan är viktigt, han placerar ofta sina elever så att de sitter tillsammans med någon som ligger på samma kunskapsnivå för att det är lätt att efter det föra samman grupper. Att ibland föra samman en ämnessvag och ämnesstark elev kan vara bra för båda parter, då den ena eleven lär sig på att förklara ett problem medan den andra eleven kan ta till sig kunskapen från en kamrat.

Gruppsammansättningen anses enligt eleverna vara mycket *viktig*. Om inte alla i gruppen är *motiverade* för problemlösningen så kommer det inte att fungera. Att vara aktiv i gruppen är enligt alla eleverna av stor vikt för arbetets gång. Pojke (A) anser att de som är *blyga* har svårare för att arbeta i grupp, medan tjejen (B) i gruppen menar att det är de eleverna som är *starka* inom ämnet matematik som har svårt att arbeta i grupp. De arbetar på i ett tempo som de andra, inte lika ämnesstarka, eleverna inte klarar av.

Vad vi såg under observationen var en fungerande gruppsammansättning. Enligt tjej (B) så hade de starka inom ämnet svårt att arbeta i grupp och hon tog mycket plats i gruppen, men visade stor hänsyn till de övriga gruppmedlemmarna.

3.3.3 Process kontra produkt

Enligt Håkan är matematisk problemlösning i grupp motsatsen till färdighetsträning, eleverna får vid denna arbetsform *utbyte* av *varandras tankar* och på så vis så utvecklar de sin matematiska förmåga. Den nyvunna kunskapen som eleverna åstadkommit genom att diskutera med varandra kan de senare i livet använda sig av vid andra sammanhang. Matematisk problemlösning i grupp är en *process* där eleverna utvecklas

till att bli duktiga på problemlösning. Håkan anser att eleverna på sikt utvecklar förmågan att *kommunicera* med andra samt *argumentera* för sina åsikter, detta är en process som de lär genom att arbeta i grupp.

Eleverna diskuterar kring matematisk problemlösning i grupp som en *process* där de lär sig att *arbeta med andra*, inte en process där de utvecklar sin matematiska förmåga. Gruppen berättar att de tidigare inte klarade av att arbeta gruppvis, men de har under denna arbetsform fått kunskap om att arbeta tillsammans. Lärare och elever tycker att det är processen som är viktigast med matematisk problemlösning i grupp.

Observationsfilmen visar att eleverna ser matematisk problemlösning i grupp som en process. De arbetar inte endast för att få fram rätt lösning utan ser *arbetsgången* mot svaret som viktig. De diskuterades mycket mellan gruppmedlemmarna, där alla var aktiva och bidrog med sina tankar.

3.4 Grupp två

Nedan följer en redogörelse av den andra gruppens åsikter även här kring de tre rubrikerna; *förutsättningar för lärande*, *gruppsammansättningens betydelse för lärandet* samt *process kontra produkt*.

3.4.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

David menar att problemuppgiften skall ge nytänkande, det är också viktigt för lärandet att uppgiften skall kunna *lösas gemensamt* av alla gruppmedlemmar. David anser att en förutsättning för lärande är att eleverna lär sig *prata matematik*. Uppgifterna skall kännas *utmanande* och *intressanta* för eleverna och skall tvinga dem att tänka. Uppgifterna skall ha en koppling till den ordinarie matematikundervisningen, och inte vara ett lösryckt problem. Det enda sättet att lära sig matematik, säger David, är att eleverna tvingas *tänka* matematik. Genom att konstruera egna problem lär sig eleverna att se mönster och får kunskap om det matematiska innehållet. När eleverna utsätts för att konstruera egna problem kan de själva välja att arbeta utefter sin *egen förmåga*. Lektionerna individanpassas och eleverna får ut optimalt av undervisningen. Genom grupparbete menar David att eleverna lär sig att argumentera, samt att de lär sig lyssna på gruppens åsikter och lär sig då att visa respekt för andra. De utvecklar även tillit till sitt eget tänkande inom matematik.

Eleverna menar att en *aktiv grupp* och *diskussioner* bidrar till lärande, att *alla bidrar med sina tankar* är också en viktig del av arbetet. Att du klarar av att tänka matematik spelar stor roll om du skall lära dig matematik, samtidigt menar de att det *sociala*

samspelet spelar störst roll. De lär sig också samarbete när de arbetar med matematisk problemlösning i grupp. Pojke (2) menar att han utvecklar sitt matematiska tänkande genom arbete med matematisk problemlösning i grupp.

Vid observationen såg vi *ingen diskussion* mellan eleverna som anses vara viktigt för lärandet, vi såg heller *inget samarbete* mellan gruppmedlemmarna. Pojke (1) blev irriterad på de i gruppen som inte förstod uppgiften, gruppmedlemmarna var heller inte aktiva utan en av eleverna löste uppgiften nästan helt själv.

3.4.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

David menar att om du sätter samman två elever till en grupp så är det ett effektivt arbetssätt som motverkar att någon i gruppen blir passiv. Däremot säger han att han *inte lägger ner tid* att sätta samman grupper längre utan att gruppen får bli som den blir. Samtidigt säger han att vid konstruktion av egna problem skall eleverna arbeta med någon som de delar liknande matematiska kunskaper med, detta för att motverka att en ämnesstark och en ämnessvag elev byter egenkonstruerade problem med varandra. Detta kan skapa känslor som förstör gruppsammanhållningen och elevens självförtroende.

Gruppsammansättningen är enligt elevgruppen mycket *viktig*. Det krävs att det finns motivation och aktivitet i gruppen säger de, annars kommer det inte att fungera. Pojke (2) i gruppen menar att gruppsammansättningens *storlek* måste variera beroende på vad för typ av problem som skall lösas. Om det är många i en grupp så uppstår mycket diskussioner vilket gör att det tar längre tid att lösa ett problem säger pojke (1). Han anser alltså att det ibland är bättre att vara färre om det skall vara ett snabblost problem.

Eleverna anser att det krävs motivation från gruppdeltagarna i gruppen, men vad vi ser på observationsvideon så finns det väldigt *lite aktivitet*. De pratar väldigt lite sinsemellan och samarbetar inte med varandra.

3.4.3 Process kontra produkt

David menar att färdighetsträning och matematisk problemlösning i grupp är två skilda saker. Eleverna får genom problemlösning i grupp utbyte av varandras tankar och kan utveckla sin matematiska talang. De får stor nytta av sin *sociala träning* och sina diskussioner senare i livet och i många andra sammanhang menar David. För David är matematisk problemlösning i grupp en *process* där eleverna tränar sin problemlösningssförmåga. Han ser denna arbetsform som en process där eleverna skapar tillit till sin egen förmåga samt ett *livslångt lärande*, men det är också viktigt att problemen gradvis kompliceras utifrån elevernas förmågor. Eleverna utvecklar genom

grupparbete sin förmåga att *diskutera* och *argumentera* för sina åsikter. David uttrycker att för eleven är matematisk problemlösning i grupp *drivande mot förståelsen*.

Eleverna i gruppen menar att matematisk problemlösning i grupp är en *process* där målet är att lära sig *samarbeta med andra* och inte en process för att utveckla sitt matematiska tänkande och sin förståelse. Både elever och lärare i denna grupp anser att det är processen som är det viktiga vid matematiskt problemlösningsarbete i grupp.

Enligt vad vi kunde se på observationsvideon så var eleverna ute efter en *produkt*, ett rätt svar. Vägen fram till svaret var inte så viktig som de uttryckte vid intervjun. Det skedde nästan inget samarbete mellan gruppmedlemmarna.

3.5 Jämförelse

Nedan följer en jämförelse mellan de två grupperna. Vi har valt att presentera jämförelsen under rubriker med samma namn som rubrikerna ovan, detta för att få en tydlig bild av de olika lärarna och elevernas tankar och åsikter.

3.5.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Både Håkan och David anser att för att lärande skall ske måste uppgiften vara *anpassad* på så sätt att alla elever klarar av att lösa den. De båda anser också att det är viktigt att det *talas* matematik, det måste ske ett *meningsutbyte* mellan gruppmedlemmarna. Konstruktion av egna problem anser de bra då det skapas en slag individanpassning och eleverna tillåts arbeta utifrån sin *egen förmåga*. Problemlösningssuppgifterna måste vara *relevanta* i den ordinarie undervisningen, det skall inte vara några fristående problem. Båda lärarna anser också att eleverna lär sig och utvecklar sin matematiska förmåga genom att arbeta med matematisk problemlösning i grupp.

Elevgrupperna däremot anser att det är det *sociala samspelet* som de lär sig genom matematisk problemlösning i grupp, medan två elever, en ur vardera elevgrupp, anser att de faktiskt också lär sig matematik. Eleverna ser det sociala samarbetet som viktigt och att det är till största delen det som de lär sig genom matematisk problemlösning i grupp.

Vi kan på observationsvideon se hur de två grupperna skiljer sig åt när det gäller att argumentera, samarbeta samt föra fram sina åsikter. Elevgrupp ett samarbetade och lyssnade på sina gruppmedlemmars åsikter medan elevgrupp två inte samarbetade utan lät en elev lösa uppgiften. Vi uppfattade det som om flicka (4) inte förstod uppgiften vilket är ett problem för henne då hon inte kan vara aktiv och medverka i processen.

3.5.2 Gruppsammansättningen betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Att lägga ner *tid* på gruppsammansättningen tycker Håkan är mycket viktigt, medan David anser att det *inte är någon idé att lägga ner tid* på att organisera grupper. Samtidigt säger de båda lärarna att vid egenkonstruerade problem skall eleverna arbeta med någon som har liknande matematiska förmågor för att undvika att en ämnesstark och en ämnessvag elev byter egenkonstruerade problem med varandra.

Gruppsammansättningen anses enligt båda elevgrupperna vara mycket viktig. Det krävs *motivation* och *aktivitet* från alla inblandade. En pojke (2) i elevgrupp två anser att gruppsammansättningen *storlek* måste variera beroende av problemet som skall lösas. Om det är många i en grupp så uppstår mycket diskussioner och meningsskiljaktigheter, vilket gör att det ofta tar längre tid att lösa ett problem. En av eleverna, pojke (A), ur elevgrupp ett, menar att de som är *blyga* har ofta mer bekymmer för att arbeta i en grupp, medan en flicka (B) menar att det är de elever som är starka inom ämnet matematik som har svårt att arbeta på detta sätt.

Båda elevgrupperna anser att det krävs *aktivitet* och *motivation* från gruppmedlemmarna, men det var bara elevgrupp ett som var aktiva och motiverade enligt observationsfilmen. Gruppsammanhållningen varierade också mellan de båda elevgrupperna då det återigen endast bara var elevgrupp ett som samarbetade.

3.5.3 Process kontra produkt

Både Håkan och David anser att matematisk problemlösning i grupp är raka motsatsen till färdighetsträning. De anser att eleverna vid denna arbetsform får utbyte för varandras *tankar* och på så vis så utvecklas en matematisk förmåga. Matematisk problemlösning i grupp är för David och Håkan en *process* där eleverna utvecklas till att bli duktiga problemlösare. Håkan och David anser också lika i att eleverna på sikt utvecklar en förmåga att kommunicera med andra människor samt att argumentera för sina åsikter, detta är en process som de lär genom att arbeta i grupp.

Eleverna i de båda elevgrupperna menar att matematisk problemlösning i grupp är en *process* där de lär sig att *arbeta med andra*, och inte en process där de utvecklar sin matematiska förmåga. Alla i de båda grupperna anser att det är processen som är det viktiga vid matematisk problemlösning i grupp.

Observationerna visar på att elevgrupp ett arbetar *processinriktat* då de arbetar tillsammans och hjälper varandra så alla förstår uppgiften, samt att de har olika Lösningstrategier för att på bästa sätt nå lösningen. Medan vi anser att elevgrupp två arbetar mer *produktinriktat* då en av eleverna löser problemet för att snabbt nå en lösning.

3.5.4 Sammanfattning

Sammanfattningsvis ser vi att båda lärarna arbetar processinriktad samt att båda elevgrupperna ser matematisk problemlösning i grupp som en process, men bara en av elevgrupperna arbetade utefter denna inriktning. Håkan anser att gruppindelningen är mycket viktig tillskillnad mot David som inte lägger någon vikt vid indelningen av grupperna. Båda elevgrupperna menade att aktivitet och motivation är viktigt för att grupparbete skall fungera, båda lärarna anser att meningsutbyte och diskussioner i gruppen gynnar elevernas lärande. Lärarnas syfte med denna arbetsform är att eleverna skall lära sig att arbeta med andra samt att de skall få ökad kunskap inom matematik, eleverna däremot anser att de bara lär sig arbeta med andra människor genom att arbeta med matematisk problemlösning i grupp.

4 DISKUSSION

Vi har valt att dela upp diskussionsdelen i två olika delar. Vi börjar med *metoddiskussionen* och avslutas med *resultatdiskussion* där vi kopplar samman resultatet med våra reflektioner samt litteraturen.

4.1 Metoddiskussion

Vi valde att göra en kvalitativ studie där vi intervjuade tio personer samt observerade åtta av dem. Enligt Kernell (2002) är det viktigt att observatörerna samt de som intervjuar är oberoende av förutfattade meningar, vi anser att vi inte hade några förutfattade meningar om de intervjuade då vi aldrig tidigare har varit i kontakt med dem. Detta anser vi positivt för vår studie då förutfattade meningar kan skapa en viss skevhet. Nackdelen utan förutfattade meningar gällande elever och lärare är då vi inte vet om de svarade korrekt, vi har aldrig sett dem i arbete och de kan då svara att de arbetar på utifrån en viss metod men i verkligheten kanske de arbetar helt annorlunda. Eftersom det inte finns något rätt svar valde vi kvalitativ studie för enligt Starrin och Svensson (1994) ger resultatet av en kvalitativ metod en grov skattning och inte något korrekt svar.

Vi valde intervjuer då vi anser att det var den metod som passade bäst för att vi skulle kunna svara på vårt syfte. Det är också lättare att ställa följdfrågor vid intervjuer, men nackdelen är att vi omedvetet kan ha ställt ledande frågor till både lärare och elever (Bell 2000). Vi fann att det var bra att intervju eleverna var för sig för att minska risken för att de bara håller med varandra och inte vågar uttrycka sina egna åsikter. Vid intervjun med elevgrupp två var bordet mycket stort, storleken gjorde att vi hamnade långt ifrån de vi intervjuade vilket kan ha bidragit till en mindre avslappnad intervju. Så här i efterhand känner vi att det hade varit bra om vi hade fått se de rum där observationer och intervjuer genomfördes då det var mycket ljud och stök runt omkring. Det skulle ha blivit en bättre miljö om vi hade fått chans att påverka detta. Trots buller och störningar fick vi bra intervjuer, men vi blev tyvärr avbrutna några gånger vilket kan ha påverkat resultatet. När vi ser tillbaka på våra intervjufrågor finner vi att några frågor är ledande och som vi skulle behövt formulera om för ett mer korrekt svar. Det är svårt att få intervjufrågorna att bli helt *neutrala*, alltså att vi inte lägger någon egen värdering i vad vi frågar, men vi anser att vi gjort ett bra arbete med intervjuerna. Vi ställde en del frågor som inte stämde helt överens med syftet, men som vi fann intressanta att ha med för att få en helhetsbild över lärarnas och elevernas arbete.

Att vi valde att genomföra intervjuerna med diktafon och observationen med videokamera var ett bra val, detta för att vi noggrant kunde granska elevgrupperna flertalet gånger. Det är lätt att koppla samman utrustningen med datorn vilket gör det lätt att bearbeta materialet. Genom att observera med videokamera fås mycket mer information till skillnad från att bara använda anteckningar. Hade vi bara använt oss av anteckningar under observationerna så hade det varit svårt att komma ihåg hela händelsen samt att mycket information skulle ha gått förlorad då vi skulle ha varit upptagna med att anteckna. Eftersom vi introducerade uppgiften med påslagen kamera kan detta ha haft en lugnande effekt på eleverna så att kameran *glömdes bort* och eleverna blev bekväma med situationen. Problemlösningssuppgiften som eleverna fick lösa under observationen valde vi ut för att den är kopplad till vardagen då det är vanligt att panta burkar samt att dela upp pengar. Det är en uppgift som eleverna kan känna sig bekant med och det anser vi är viktigt, uppgiften skickades till elevernas matematiklärare som godkände uppgiftens svårighetsgrad. Det hade varit svårt för oss att välja ett problem utifrån vad vi anser passar då vi inte har lika stor erfarenhet av arbete i årskurs nio som dessa två matematiklärare. Transkriberingen var till stor hjälp vid analysen av resultatet då vi lätt hade kontroll över vem som hade framfört vad och det var lätt för oss att hitta i materialet då vi använde oss av olika färger på de olika grupperna. Att presentera resultatet med liknande rubriker som teoridelen anser vi vara positivt för studien då det blir en röd tråd genom arbetet. Att ha en tydlig struktur i arbetet gör det lättare för läsaren att följa studien samt gör det lätt att ögna igenom de delar de finner mest intressant i studien.

4.2 Resultatdiskussion

Denna diskussion är delad i tre underrubriker som har samma rubriker som resultatet.

4.2.1 Förutsättningar för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Vi blev förvånade över att det endast var två elever som ansåg att de lärde sig matematik eftersom uppgifterna genomförs under matematiklektionerna. Frågan är då vad de verkligen lär sig, är det samarbetsförmåga eller matematiska kunskaper de får med sig? Newton (2003) menar att *förståelsen* för matematik är av stor betydelse för eleven, de måste få kunskap om matematikens funktion och hur matematikens innehåll kopplas till varandra. Vi anser att större delen av elevgrupp ett och två inte har förståelse för matematikens funktion. Även Hagland, Hedrén och Taflin (2005) skriver att problemlösning bör finnas med i matematikundervisningen då eleverna genom det utvecklar sin logiska, systematiska strukturerande och kreativa förmåga. De lär sig också att tänka självständigt. Frågan är om de lär sig detta om de inte är medvetna om

vad det är de arbetar med. Vi tror att lärarna måste tydliggöra sin undervisning i ämnet matematik för att ett lärande skall uppstå. Hammar Chiriac och Hempel (2005) skriver att interaktion, diskussion och *förmåga att dela med sig* är tre aspekter som utvecklar lärandet vid grupparbeten. Detta talade de båda lärarna och de båda elevgrupperna om vid intervjun, men detta såg vi inget av vid observationen av elevgrupp två där det fanns en dominerande elev som styrde gruppen.

Något som eleverna uppfattar negativt är när vissa elever inte tillför gruppen något och bara *glider med*. Vi tror att en förutsättning för lärande är att alla i gruppen *arbetar* och *tillför* sina tankar. Eleverna ser att de lär av varandra, vilket vi också anser. Vi tror att elever genom *diskussion* och *utbyte av varandras tankar* lär av varandra. Säljö (2000) menar att eleverna lär genom arbete i grupp, och genom grupparbete får eleverna kunskap om sina gruppmedlemmars lärdomar och på så vis lär av varandra. Utan samspel med andra och lärande av varandra sker ingen utveckling. Att låta eleverna arbeta tillsammans mot ett gemensamt mål bidrar till att de presterar mer än när de arbetar individuellt (Johnson & Johnson 2003). Vi har genom vår undersökning uppmärksammat att det inte bara räcker med att låta eleverna arbeta i grupp för att uppnå lärande, eleverna måste även veta *hur* de arbetar i grupp.

Hammar Chiriac och Hempel (2005) skriver att det krävs att eleverna är *motiverade* till grupparbete, annars kommer ett givande samarbete aldrig att uppstå. Det måste finnas ett gott klimat i gruppen annars kommer dess resultat att visa sig sämre. Det är viktigt att alla gruppens medlemmar känner *ansvar* samt delar ett intresse för den kunskap de kan ge varandra. De måste också ha ett gemensamt mål att sträva mot och alla i gruppen måste hjälpas åt för att det skall nå ett bra resultat. Även eleverna i de båda elevgrupperna anser att utan motivation och aktivitet från de andra gruppmedlemmarna kommer ett lärande aldrig att uppstå. Intressant var att vi under observationen upptäckte att det fattades motivation och aktivitet i elevgrupp två men menar ändå att detta är kriterier för lärande.

David berättade att han arbetade med problemlösning under varje matematiklektion, men hans elever ansåg däremot att de väldigt sällan arbetade med denna arbetsform, nästintill aldrig. Håkans elever däremot visste hur ofta de arbetade med matematisk problemlösning i grupp. Är eleverna *medvetna* om vad de gör så tror vi att det kan bidra till lärande. Elevgrupp ett hade en *bra gruppssammanhållning* och de lyssnade och respekterade varandras åsikter, de var också medvetna om att de arbetade mycket med problemlösning. Elevgrupp två var *omedvetna* om vad de arbetade med under matematiklektionerna och när de under observationen löste vår uppgift så visade de på *dålig gruppssammanhållning* och de lyssnade inte på varandra. Det är enligt oss viktigt att göra eleverna medvetna om vad problemlösning i grupp är och hur gruppen skall arbeta, det går inte att låta eleverna arbeta i grupp och tro att de skall lära genom själva grupparbetet (Johnson & Johnson 2003).

Löwing och Kilborn (2002) skriver att det är vanligt att lärare använder problemlösning på fel sätt, de låter eleverna utforma egna problem för tidigt och det kan bidra till att de konstruerar problem som de redan kan, vilket gör att eleven inte utvecklas. Författarna menar att svårighetsgraden skall höjas successivt. Håkan och David menar att det är bra att eleverna får producera egna problem då de kan *anpassa uppgiften* till sin egen förmåga. Håkan menar också att han som lärare lätt kan se elevernas lärande genom detta. För att konstruera egna problem så måste du först förstå matematiken, anser vi i likhet med Håkan. Hagland, Hedrén och Taflin (2005) anser att om eleven skall få möjlighet att fördjupa sig inom ämnet matematik så måste de i undervisningen få tillgång till att konstruera egna problem, men de menar också att det fordras att eleven verkligen förstår matematikens grunder för att själv ha möjlighet konstruera ett problem. Flertalet av eleverna ansåg att det är lärorikt att konstruera egna problem då det krävs att de tänker till ordentligt, de svarade även att de anpassar uppgiften till den som skall lösa den.

4.2.2 Gruppsammansättningens betydelse för lärandet i en matematisk problemlösningssituation

Samarbetsförmågan hos eleverna kan också bero på deras dagsform och tidigare erfarenhet av matematisk problemlösning i grupp. Gruppsammansättningen av Davids elever kan vara en bidragande orsak till det dåliga samarbetet, eleverna kan ha arbetat mycket bättre vid en annan sammansättning av gruppen. Eleverna i Håkans grupp kan ha visat ett mycket bra resultat gällande samarbetet vid observationen på grund av gruppsammansättningen. Vi anser att *sammansättningen av grupperna är av stor betydelse* då det kan vara förödande för en ämnessvag elev att hamna i en grupp med ämnesstarka elever, eleverna måste trivas med gruppsammansättningen för att lärande skall ske. Ett gott samarbete i gruppen tror vi är en förutsättning för lärande. Elevgrupp ett löste inte uppgiften men var mycket nära att nå lösningen, vi tycker ändå att denna grupp gjorde bättre resultat än elevgrupp två genom de diskussioner som uppstod. Hade inte elevgrupp två haft den elev som löste uppgiften så hade de antagligen aldrig fått fram rätt svar. Einarsson och Hammar Chiriac (2002) skriver att det måste finnas ett gott klimat i gruppen annars kommer dess resultat att bli sämre.

Elevgrupp två svarade att *diskussion* och *motivation* är kriterier för en bra grupprocess där observationen visade motsatsen, det fanns varken diskussion eller motivation inom gruppen. En elev löste uppgiften och förklarade för de övriga gruppmedlemmarna hur problemet skulle lösas, detta finner vi egendomligt då både elever och läraren förespråkade det motsatta. Beror denna dåliga samarbetsförmåga på en icke genomtänkt gruppsammansättning då läraren svarade att han inte lägger ner någon tid på sammansättning av grupperna? Läraren för grupp ett hade noggrant valt ut sammansättningen av gruppen och eftersom denna grupp hade en god samarbetsförmåga och ett processinriktat arbetssätt så anser vi att gruppsammansättningen är av stor betydelse. Vi blev förvånade över att eleverna tyckte

att de elever som är ämnesstarka kan ha svårigheter med att arbeta i grupp. Detta fann vi intressant då vi precis som lärarna har sett till de ämnessvaga elevernas svårigheter, men genom observationen fann vi att de viljestarka eleverna dominerade i grupperna. Skillnaden mellan grupperna var att grupp två innehöll en elev som tog övertaget över de övriga gruppmedlemmarna. Kan detta vara en bidragande orsak till den bristande gruppsammanhållningen?

Det finns alltid grupper där det finns en eller flera passiva medlemmar och även de som har lätt för att dominera. Du kan aldrig veta om alla elever lär sig eller utvecklas av grupparbetet menar Hammar Chiriac och Hempel (2005). Vi tror att gruppsammansättningen är viktig för lärandet och att det krävs att lärarna noga funderar över hur de sätter samman sina grupper. Det bör enligt oss inte vara för stor *kunskapsmässig spridning* i gruppen, men heller inte endast ämnesstarka i en grupp och ämnessvaga i en annan. Trots detta anser vi inte att extremer, alltså den ämnessvagaste eleven bör samarbeta med den ämnesstarkaste, då dessa elever troligtvis inte kan hantera uppgiften på liknande sätt. Vi tror att sammansättningen av grupper beror på vad man vill ha ut av grupparbetet, är det samarbetet eller att nå ny matematisk kunskap som är syftet. Det viktiga kanske inte alltid är att anpassa gruppen utifrån deras kunskapsmässiga nivå utan ibland kanske efter deras *sociala* förmåga. Bara för att eleven är blyg så betyder inte det att den är svag i ämnet. För att denne skall våga uttrycka sina tankar kan det krävas att eleven är med andra personer med samma sociala kompetens. Vi anser att det kan vara intressant att inte alltid välja elever som arbetar ofta och bra tillsammans, detta för att se hur en *ovanlig* gruppsammansättning resonerar och löser problem.

Forsyth (2006) skriver att en grupp skall bestå av ett visst antal elever som kommunicerar med varandra. Gruppen skall vara så pass liten att alla medlemmar kan kommunicera med varandra. Vidare menar han att en ensam individ kan ha fel, men kan genom att arbeta i grupp få rätt information och de kan med allas erfarenheter och kunskaper tillsammans komma fram till bättre lösningar. I elevgrupp två där det fanns en dominerande elev litade de andra gruppmedlemmarna på hans lösning. Var det på grund av att de inte kunde uppgiften eller på grund av att de inte klarade av att argumentera mot den styrande eleven? Detta är en fråga som vi inte kunnat besvara i vår studie men som vore intressant att få reda på.

4.2.3 Process kontra produkt

Båda lärarna svarade att matematisk problemlösning i grupp skall ske genom en *process* och inte ses som en färdig produkt. Vi blev förvånade över att Davids elever bara verkade *sträva mot produkten*, de såg inte problemlösning som en process. Håkans elever såg grupparbete som en *process* och inte som en produkt, de hade en god samarbetsförmåga vad vi såg genom observationen. Vi fann en stor skillnad mellan de olika grupperna vid observationen då Håkans grupp av elever samarbetade mycket bättre än Davids elevgrupp samt att de också visste hur ofta de arbetade med

problemlösning i klassen. Vid intervjun av eleverna så verkade Håkans elevgrupp mycket medveten om vad de arbetade med på lektionerna. Hur kommer det sig att om båda lärarna arbetar processinriktat att bara en av elevgrupperna arbetade så? Vi tror att detta kan bero på att Håkan är *tydligare* i sitt sätt att undervisa och gör det tydligt för eleverna vad det innebär att arbeta processinriktat. Malmer (1999) beskriver vikten av att arbeta med problemlösning, eleverna måste förstå hur viktigt det är att tolka olika texter för att senare klara livet ute i vardagen. Författaren anser att eleverna ofta bara vill nå ett rätt svar med problemlösning, han menar att processen är viktigare. Vi håller med författaren att produkten är viktig men att processen för att nå produkten är ännu viktigare. Självklart anser vi att eleverna skall kunna hantera matematikens olika uttrycksformer och använda dessa utifrån uppgiftens karaktär men de måste också kunna arbeta i grupp samt resonera sig fram till en lämplig lösning. Thunholm (2004) skriver om hur hennes skola har förändrat sin undervisning inom ämnet matematik. Förr arbetade eleverna endast med räkning för att nu istället arbeta med matematisk problemlösning, detta har resulterat i att lektionerna innehåller fler diskussioner istället för att eleverna tyst för sig själva räknar i var sin bok. Matematikundervisningen bygger nu på öppna och verklighetsförankrade frågor. Nu får eleverna en annan förståelse för ämnet istället för att bara lära sig det utantill. Författaren menar att det är själva processen som har en stor betydelse vid problemlösning i matematik och inte produkten. Vi ser också vikten av att eleverna ser matematisk problemlösning i grupp som en process och inte som en produkt, det viktiga är inte att nå rätt svar utan att förstå och reflektera över de matematiska lösningarna. Eleverna skall diskutera samt argumentera för sina åsikter, vi anser även att eleverna måste *träna* på att arbeta med matematisk problemlösning i grupp för att de skall bli bra problemlösare.

Håkan ser vikten av att eleverna skall kunna använda sina kunskaper *senare ute i samhället*, detta tar kursplanen i matematik upp då eleven skall kunna arbeta i grupp och kunna formulera sig, eleverna skall också kunna använda matematikens olika uttrycksformer. Vi tycker genom observationerna att Håkan arbetar utefter detta mål, eleverna använde sina matematiska kunskaper samt diskuterade på ett bra sätt i gruppen. Kursplanen för matematik och LPO 94 skriver om att undervisningen skall skapa för eleverna glädje inom ämnet och det tror vi eleverna får genom att arbeta processinriktat, de måste känna att vägen fram till resultatet är givande. Vi ser det som betydelsefullt att eleverna argumenterar och kan tala för sin sak då detta krävs av dem senare i livet, eleverna skall kunna hantera de olika matematiska uttrycksformerna som krävs vid liknande problemlösningssuppgifter. Vi anser det Stensmo (1997) resonerade kring ur Johnson och Johnson (1979):s bok var mycket intressant, vid grupparbete så gynnas eleverna till att hjälpa samt lyssna på varandra. Vi kan genom observationen ur elevgrupp ett se den positiva gruppsammanhållningen, eleverna var bekväma och alla deltagarna var aktiva. Men i elevgrupp två skedde ingen sammanhållning och vi anser att genom grupparbete så gynnas inte eleverna till samarbete utan lärarens hjälp vid valet av grupper. Är inte grupperna välplanerade så arbetar gruppmedlemmarna efter en produkt där diskussionerna utesluts, elevgrupperna skall tillsammans hjälpas åt. Eleverna hjälper inte varandra om de bara arbetar efter ett rätt svar, läraren måste

informera eleverna om att *vägen fram till produkten* är lika viktig. Enligt det Stensmo (1997) resonerar ur Johnson och Johnson (1979):s bok så resulterar samarbete i en bättre självkänsla hos eleven, det kan vi till viss del hålla med om. I situationer där en elev berättar lösningsförslaget för de övriga eleverna tror inte vi gynnar till ett bättre självförtroende. Vi såg genom observationen ur elevgrupp två när pojke (1) förklarade uppgiften gör de övriga gruppmedlemmarna hur förvirrade de båda flickorna (3, 4) var över situationen, vi tror inte att flickornas självförtroende ökade genom att arbeta i denna grupp. Om eleverna däremot arbetat processinriktat så kunde flickorna (3, 4) fått ett bättre självförtroende då de skulle ha varit en av dem som medverkat till lösningen, att inte få åstadkomma något till gruppen kan enligt oss ge en sämre självkänsla hos eleven.

4.3 Fortsatt forskning

En vidare studie skulle kunna vara att se hur lärarna kan använda sig av kunskapen av att studera elever som är aktiva i en problemlösningsgrupp. Kan det ge en inblick i elevers olika tankar kring hur ett problem kan lösas, och kan det bidra till att hjälpa lärarna att planera matematikundervisningen på ett mer individanpassat sätt? Finns det skillnader i pojkars och flickors sätt att tänka kring ett problem? Det är ett område som vi kan tänka oss att studera vidare och fördjupa oss i. Det finns som sagt många spännande aspekter kring denna metod som skulle vara intressanta att titta närmare på.

4.4 Pedagogiska konsekvenser

I fallet då både lärare och elever *vet* hur det borde vara, men i den reella situationen blir det något annat som styr, vilket medför att det som pratas kring är komplicerat att genomföra. Detta anser vi kan få tydliga pedagogiska konsekvenser. Hur skall vi skapa möjlighet till att kunna praktisera det när till och med eleverna *vet* hur det skall vara men inte klarar av att genomföra det när det verkligen gäller? Förväntas det för mycket av eleverna?

4.5 Slutord

Vi har genom denna studie visat på vikten av en bra gruppsammansättning, samt att eleverna måste göras medvetna om vad matematisk problemlösning i grupp innebär.

Tidigare har vi sett den kunskapsmässiga nivåindelningen som viktig, men efter denna studie ser vi att den sociala nivåindelningen är minst lika viktig.

5 REFERENSER

Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur

Ahlstöm, R., Bergius, B., Emanuelsson, G., Emanuelsson, L., Holmqvist, M., Rystedt, E. & Wallby, K. (1996). *Nämnamnens tema. Matematik –ett kommunikationsämne*. Kungälv: Grafikerna Liverna.

Barbosa da Silvia, A & Wahlberg, V. (1994) *Vetenskapsteoretisk grund för kvalitativ metod*. I B, Starrin, & P-G, Svensson. (Red.). *Kvalitativ metod och vetenskapsteori*. Sid 41-70. Lund: Studentlitteratur.

Bell, J. (2000). *Introduktion till forskningsmetodik*. Lund: Studentlitteratur.

Forsell, A. (2005). *Boken om pedagogerna*. Stockholm: Liber.

Forsyth, D. R. (2006). *Group dynamics*. 4. ed. Belmont: Thomson / Wadsworth.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem- inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Hammar Chiriac, E. & Hempel, A. (2005) *Handbok för grupparbete – att skapa fungerande grupparbeten i undervisning*. Lund: Studentlitteratur.

Hammar Chiriac, E. & Einarsson, C. (2002). *Gruppobservationer –Teori och praktik*. Lund: Studentlitteratur.

Johnson, D, W. & Johnson R, T. (1999). *Learning Together And Alone*. 5.ed. Boston: Allyn and Bacon.

Kernell, L-Å. (2002). *Att finna balans*. Lund: Studentlitteratur.

Löving, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik -för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla. -Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.

Malten, A. (1997). *Pedagogiska frågeställningar*. Lund: Studentlitteratur.

- Mouwits, L. (2007). DPL 33: *Vad är problemlösning? Nämnaren 34(1)*, 61
- Newton, D. (2003). *Undervisa för förståelse –Vad det är och hur man gör det*. Lund: Studentlitteratur.
- Ryve, A. (2006). *Vad är kunskap i matematik? Nämnaren 33(2)*, 7-9
- Skolverket (1997). *Kommentarer till grundskolans kursplan och betygskriterier i matematik*. Stockholm.
- Skolverket (2000). *Kursplaner och betygskriterier*. Västerås.
- Skolverket (2001). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet*. Västerås.
- Stensmo, C (1997). *Ledarskap i klassrummet*. Lund: Studentlitteratur.
- Sundgren, G. (2005) *John Dewey – reformpedagog för vår tid?* I A, Forsell. (Red). *Boken om pedagogerna*. Sid. 78 – 106. Stockholm: Liber.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken –Ett sociokulturellt perspektiv*. Bokförlaget Prisma: Stockholm.
- Säljö, R. (2005). *L.S. Vygotskij – forskare, pedagog och visionär*. I A, Forsell. (Red). *Boken om pedagogerna*. Sid. 108 – 132. Stockholm: Liber.
- Thunholm, M. (2004) *Meningsfull matematik*. *Nämnaren 3(3)*, 28-30
- Unenge, J., Sandahl, A. & Wyndhamn, J (1994). *Lära matematik*. Lund: Studentlitteratur.
- Wehner-Godée, C. (2000) *Att fånga lärandet*. Stockholm: Liber.

Internet:

<http://www.skolverket.se/sb/d/205/a/305;jsessionid=531F521EAEF9B8FADE4F256FC82817FE> (hämtad 2007-10-02)

<http://www.liber.se/plus/E470515001.pdf> (hämtad 2007-11-12)

Bilaga 1

Intervjufrågor till lärare

- Hur definierar du problemlösning i grupp i ämnet matematik?
- Hur ofta arbetar eleverna i din klass med problemlösning i grupp?
- Hur arbetar du med matematisk problemlösning i grupp?
- Vad har du för syfte med problemlösningen?
- Vilka typer av problem väljer du att arbeta med?
- Vad anser du att eleverna lär sig av att arbeta med matematisk problemlösning i grupp?
- Hur får du alla elever att vara aktiva?
- Tror du att problemlösning i grupp passar alla elever?
- Hur tror du eleverna ser på sitt eget lärande när de arbetar på det här sättet?
- Vad anser du att eleverna har för nytta av att arbeta på detta sätt?
- Vad ser du för för- och nackdelar?
- Mycket litteratur talar för att eleverna skall konstruera egna problem, vad anser du om det?

Intervjufrågor till elever

- Hur skulle du beskriva problemlösning i grupp?
- Hur ofta arbetar ni i din klass med problemlösning i grupp?
- Varför tror ni lärarna låter er arbeta med problemlösning i grupp?

- Vad brukar problemen handla om?
- Vad anser du att du lär dig av att arbeta med matematisk problemlösning i grupp?
- Vad krävs för att du skall vara aktiv och intresserad vid en problemlösningssituation i grupp?
- Vad tror du att du har för nytta av att arbeta på detta sätt?
- Passar det alla elever att arbeta på detta sätt?
- Får ni göra egna problem ibland? Vad tycker du om det?
- Vad ser du för för- och nackdelar med matematisk problemlösning i grupp?
- Vad för slags problem tycker du om att arbeta med?

Bilaga 2

Panta burkar

Ulrika, Andreas och Senada har samlat tomburkar. De pantar burkarna och lägger alla pengarna i en ask. De tänker dela förtjänsten lika, alltså en tredjedel var. Medan Ulrika och Andreas ser på TV, tar Senada sin tredjedel av pengarna och går hem. När Ulrika sedan reser sig från TV:n för att ta sin del har hon inte märkt att Senada redan har tagit sin del. Hon tror att alla pengarna är kvar och tar därför en tredjedel av de pengar som finns kvar. När Andreas till sist hämtar sin andel så tror han också att de pengar som är kvar är alla pengar de tjänat. Han tar därför också en tredjedel. Kvar i asken är därefter 8 kr.

- a) Hur mycket pengar har de totalt pantat burkar för?
- b) Hur mycket pengar tog var och en?

(Hagland, K., Taflin, E & Hedren, R. 2005 s. 160)

Denna sida finns för utskrift som pdf på www.liber.se